

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 41:

Se han interpolado “m” medios diferenciales entre 3 y 57 y “m-2” entre 5 y 19. Si la razón de la primera es el triple de la segunda, el cociente del penúltimo de la primera entre el penúltimo término de la segunda es:

Solución Problema 41:

Sabemos que:

La razón de la interpolación es:

$$r = \frac{b - a}{m + 1}$$

En el que:

b es el último término

a es el primer término

m es el número de términos aritméticos a interpolar

Se han interpolado “m” medios diferenciales entre 3 y 57, lo que significa que:

$$r_1 = \frac{b - a}{m + 1}$$

$$r_1 = \frac{57 - 3}{m + 1}$$

$$r_1 = \frac{54}{m + 1} \text{ ecuación 1}$$

Se han interpolado “m-2” medios diferenciales entre 5 y 19, lo que significa que:

$$r_2 = \frac{19 - 5}{(m - 2) + 1}$$

$$r_2 = \frac{14}{m-1} \text{ ecuación 2}$$

Si la razón de la primera es el triple de la segunda:

$$r_1 = 3r_2 \text{ ecuación 3}$$

Sustituimos el valor de r_1 de la ecuación 3 en la 1:

$$3r_2 = \frac{54}{m+1} \text{ ecuación 4}$$

Ahora dividimos miembro a miembro la ecuación 3 y 4:

$$\frac{3r_2}{r_2} = \frac{\frac{54}{m+1}}{\frac{14}{m-1}}$$

$$3 = \frac{\frac{54}{m+1}}{\frac{14}{m-1}}$$

$$3 = \frac{54(m-1)}{14(m+1)}$$

$$3 \cdot 14(m+1) = 54(m-1)$$

$$42(m+1) = 54(m-1)$$

$$42m + 42 = 54m - 54$$

$$42m - 54m = -54 - 42$$

$$-12m = -96$$

$$m = \frac{96}{12} = 8$$

La razón de la 1ª progresión es:

$$r_1 = \frac{54}{m+1} \text{ ecuación 1}$$

$$r_1 = \frac{54}{8+1} = \frac{54}{9} = 6$$

Se han intercalado 8 términos más 2 que ya había hacen un total de 10, luego su penúltimo término es:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_9 = 3 + (9 - 1)6 = 3 + 8 \cdot 6 = 3 + 48 = 51$$

$$a_9 = 51$$

La razón de la 2ª progresión es:

$$r_2 = \frac{14}{m - 1} \text{ ecuación 2}$$

$$r_2 = \frac{14}{8 - 1} = \frac{14}{7} = 2$$

Se han intercalado m-2 términos, es decir, 8-2= 6, la progresión tiene 6+2=8 luego su penúltimo término es:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_7 = 5 + (7 - 1)2 = 5 + 6 \cdot 2 = 5 + 12 = 17$$

$$a_7 = 17$$

El cociente del penúltimo de la primera entre el penúltimo término de la segunda es:

$$c = \frac{a_9}{a_7} = \frac{51}{17} = 3 \text{ es el cociente}$$