

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 37:

El primer término de una progresión aritmética es 5, el tercer término es 9 y la suma de los 3 primeros términos es 21. Halla la suma de los 10 primeros términos.

Solución Problema 37:

Sabemos que:

$$a_1 = 5$$

$$a_3 = 9$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 21$$

Poniendo los términos en función de a_1 , tenemos:

$$a_3 = a_1 + 2d = 9$$

Luego

$$a_1 + 2d = 9 \text{ ecuación 1}$$

Por otra parte:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 21$$

$$a_1 + (a_1 + d) + a_3 = 21$$

$$a_1 + (a_1 + d) + 9 = 21$$

$$a_1 + a_1 + d + 9 = 21$$

$$2.5 + d + 9 = 21$$

$$10 + d + 9 = 21$$

$$d + 19 = 21$$

$$d = 21 - 19$$

$$d = 2$$

Sustituimos el valor de d en la ecuación 1:

$$a_1 + 2d = 9 \text{ ecuación 1}$$

$$a_1 + 2 \cdot 2 = 9$$

$$a_1 + 4 = 9$$

$$a_1 = 9 - 4$$

$$a_1 = 5$$

Ahora calculamos a_{10} , sabemos que

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

Aplicado a nuestro caso

$$a_{10} = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$a_{10} = 5 + (10 - 1) \cdot 2$$

$$a_{10} = 5 + 9 \cdot 2$$

$$a_{10} = 5 + 18$$

$$a_{10} = 23$$

Ahora podemos calcular lo que nos pide el enunciado del problema, sabemos que:

$$S_n = \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right) \cdot n$$

Aplicado a nuestro caso:

$$S_{10} = \left(\frac{a_1 + a_{10}}{2} \right) \cdot n$$

$$S_{10} = \left(\frac{5 + 23}{2} \right) \cdot 10$$

$$S_{10} = \left(\frac{28}{2} \right) \cdot 10$$

$$S_{10} = 14 \cdot 10$$

$$S_{10} = 140$$