

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 32:

Calcula las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que están en progresión aritmética y que el menor de ellos mide 8 cm.

Solución Problema 32:

Sabemos que si están en progresión aritmética y el lado menor mide 8 cm los otros dos lados serán:

$$a_1 = 8$$

$$a_2 = 8 + d$$

$$a_3 = 8 + (3 - 1)d$$

$$a_3 = 8 + 2d$$

Correspondiendo:

a_1 al cateto menor del triángulo rectángulo

a_2 al cateto mayor del triángulo rectángulo

a_3 a la hipotenusa del triángulo rectángulo

Aplicando el teorema de Pitágoras tenemos

$$a_3^2 = a_1^2 + a_2^2$$

$$(8 + 2d)^2 = 8^2 + (8 + d)^2$$

Desarrollando la igualdad:

$$64 + 4d^2 + 32d = 64 + 64 + d^2 + 16d$$

$$4d^2 - d^2 + 32d - 16d - 64 = 0$$

$$3d^2 + 16d - 64 = 0$$

$$d = \frac{-16 \pm \sqrt{256 + 768}}{6} = \frac{-16 \pm \sqrt{1024}}{6} = \frac{-16 \pm 32}{6}$$

$$d_1 = \frac{-16 + 32}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \text{ solución válida}$$

$$d_2 = \frac{-16 - 32}{6} = \frac{-48}{6} = -8 \text{ solución no válida}$$

Luego los lados del triángulo rectángulo son:

$$a_1 = 8$$

$$a_2 = 8 + d = 8 + \frac{8}{3} = \frac{32}{3}$$

$$a_3 = 8 + 2d = 8 + 2 \cdot \frac{8}{3} = 8 + \frac{16}{3} = \frac{40}{3}$$