PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 29:

$$\div \frac{1}{10} . \frac{1}{5} . \ldots\ldots\ldots..$$

Hallar un término de la anterior progresión cuya raíz cuadrada excede en la razón al término anterior

Solución Problema 29:

Calculamos la razón de esta progresión:

$$d = a_2 - a_1 = \frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$$

Sea a_x, el término buscado

Sea a_{x-1}, el término anterior

Como el enunciado dice: término de la anterior progresión cuya raíz cuadrada excede en la razón al término anterior:

$$\sqrt{a_x} - a_{x-1} = \frac{1}{10}$$

Expresando a_x en función de a_{x-1}

$$\sqrt{a_x} - a_{x-1} = \frac{1}{10}$$

$$\sqrt{a_{x-1} + d} - a_{x-1} = \frac{1}{10}$$

$$\sqrt{a_{x-1} + \frac{1}{10}} - a_{x-1} = \frac{1}{10}$$

$$\sqrt{a_{x-1} + \frac{1}{10}} = \frac{1}{10} + a_{x-1}$$

$$\left(\sqrt{a_{x-1}+\frac{1}{10}}\right)^2=\left(\frac{1}{10}+a_{x-1}\right)^2$$

$$a_{x-1}+\frac{1}{10}=\frac{1}{100}+{a_{x-1}}^2+\frac{2a_{x-1}}{10}$$

$$a_{x-1}+\frac{1}{10}=\frac{1}{100}+{a_{x-1}}^2+\frac{a_{x-1}}{5}$$

$$100a_{x-1}+10=1+100{a_{x-1}}^2+20a_{x-1}$$

$$100{a_{x-1}}^2-80a_{x-1}-9=0$$

$$a_{x-1}=\frac{80\pm\sqrt{6400+3600}}{200}=\frac{80\pm\sqrt{10000}}{200}=\frac{80\pm 100}{200}$$

$$\boldsymbol{a_{x-11}}=\frac{80+100}{200}=\frac{180}{200}=\boldsymbol{\frac{9}{10}}\ \boldsymbol{soluci\acute{o}n\ v\acute{a}lida}$$

$$a_{x-12}=\frac{80-100}{200}=\frac{-20}{200}=-\frac{1}{10}\ soluci\acute{o}n\ no\ v\acute{a}lida$$

Para a_{x-1}= 9/10

$$\boldsymbol{a_x}=a_{x-1}+d=\frac{9}{10}+\frac{1}{10}=\mathbf{1}$$

El término pedido es 1