PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 28:

El primer término de una progresión aritmética es 0,02; la razón 0,01, y el término central es igual al cuadrado de la suma de todos los términos. Calcular el número de éstos.

Solución Problema 28:

Sea " a_1" el primer término de la progresión

$a_1 = 0,02$

Sea "d" la razón

d = 0,01

Sea "a_c" el término central de la progresión

$a_c = (\mathrm{Sn})^2$

Aplicando la fórmula de cálculo del último término tenemos

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 0{,}02 + (n-1)x0{,}01 = 0{,}02 + 0{,}01n - 0{,}01$$

$$a_n = 0{,}01 + 0{,}01n = 0{,}01(n+1)$$

$$a_n = 0{,}01(n+1) \quad ecuación\ 1$$

El término central a_c es:

$$a_c = \frac{a_1 + a_n}{2} \ ecuación2$$

Sustituyendo el valor de a_1, y de a_n de la ecuación 1 en la ecuación 2:

$$a_c = \frac{0{,}02 + 0{,}01(n+1)}{2} = \frac{0{,}03 + 0{,}01n}{2} \quad ecuación\ 3$$

El enunciado nos dice que el término central a_c igual al cuadrado de la suma de todos los términos, luego

$a_c = (\mathrm{Sn})^2 \ ecuación\ 4$

Aplicando la fórmula de la suma de la progresión aritmética tenemos:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} xn\ ecuación\ 5$$

Igualando la ecuación 4 y 5 tenemos:

$$\frac{a_1 + a_n}{2} = (\frac{a_1 + a_n}{2} xn)^2$$

Sustituyendo los valores de a_1, a_n tenemos:

$$\frac{0{,}02 + 0{,}01(n+1)}{2} = (\frac{0{,}02 + 0{,}01(n+1)}{2} xn)^2$$

Para mayor claridad ponemos:

$$\cancel{\frac{0{,}02 + 0{,}01(n+1)}{2}} = \cancel{\frac{0{,}02 + 0{,}01(n+1)}{2}} x \frac{0{,}02 + 0{,}01(n+1)}{2} x\mathrm{n}^2$$

$$1 = \frac{0{,}02 + 0{,}01(n+1)}{2} x\mathrm{n}^2$$

$$2 = [0{,}02 + 0{,}01(n+1)]\mathrm{n}^2$$

$$2 = 0{,}02\mathrm{n}^2 + 0{,}01\mathrm{n}^3 + 0{,}01\mathrm{n}^2$$

$$2 = 0{,}01\mathrm{n}^3 + 0{,}03\mathrm{n}^2$$

$$0{,}01\mathrm{n}^3 + 0{,}03\mathrm{n}^2 - 2 = 0$$

$$\mathrm{n}^3 + 3\mathrm{n}^2 - 200 = 0$$

Se resuelve aplicando la regla de Ruffini:

	1	3	0	-200
5		5	40	200
	1	8	40	0 (*)

Luego el número de términos pedidos es:

$$\boldsymbol{n = 5}$$

(*) El resto de soluciones no pertenecen al conjunto de números reales