PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 27:

$\div -30 \cdot -19 \cdot -8 \ldots$

Hallar dos términos consecutivos de esa progresión, de manera que sus raíces cuadradas se diferencien en una unidad.

Solución Problema 27:

Sea "a_{x-1}" el 1er término buscado

Sea "a_x" el 2º término buscado

Como son consecutivos, $a_x > a_{x-1}$

La diferencia de la progresión aritmética es:

$$\mathbf{d} = a_2 - a_1 = -19 - (-30) = -19 + 30 = \mathbf{11}$$

El enunciado nos dice que sus raíces cuadradas se diferencian en una unidad, luego:

$$\sqrt{a_x} - \sqrt{a_{x-1}} = 1 \; ecuación \; 1$$

Ponemos "a_{x-1}" en función de "a_{x-1}", que al ser consecutivos:

$$a_x = a_{x-1} + \mathrm{d}$$

$$a_x = a_{x-1} + 11$$

Sustituyendo su valor en la ecuación 1 tenemos:

$$\sqrt{a_{x-1} + 11} - \sqrt{a_{x-1}} = 1$$

$$\sqrt{a_{x-1} + 11} = 1 + \sqrt{a_{x-1}}$$

Elevamos al cuadrado

$$(\sqrt{a_{x-1} + 11})^2 = (1 + \sqrt{a_{x-1}})^2$$

$$a_{x-1} + 11 = 1 + a_{x-1} + 2\sqrt{a_{x-1}}$$

$10 = 2\sqrt{a_{x-1}}$

$5 = \sqrt{a_{x-1}}$

Elevamos al cuadrado nuevamente:

$\boldsymbol{a_{x-1} = 25}$

Si $a_{x-1} = 25$

$\boldsymbol{a_x} = a_{x-1} + \mathrm{d} = 25 + 11 = \mathbf{36}$