

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 18:

La diferencia entre los términos extremos de una progresión aritmética creciente es 42; la diferencia es igual al número de términos, y la suma de éstos, 168. ¿Cuál es la progresión?

Solución Problema 18:

Sea $a_n - a_1 = 42$ la edad del primero

Sea n el número de términos

La diferencia " d " = n

La suma $S_n = 168$

Luego,

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_n - a_1 = (n - 1)n = n^2 - n$$

$$42 = n^2 - n$$

$$n^2 - n - 42 = 0$$

$$n = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 168}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{1 \pm 13}{2} =$$

$$n_1 = \frac{1 + 13}{2} = \frac{14}{2} = 7 \text{ solución válida}$$

$$n_2 = \frac{1 - 13}{2} = \frac{-12}{2} = -6 \text{ solución no válida}$$

Luego el número de términos " n " es igual a la diferencia = 7

Podemos expresar:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d = a_1 + (7 - 1)7 = a_1 + 42 \text{ ecuación 1}$$

Aplicando la fórmula de la suma, y sustituyendo el valor de a_n de la ecuación 1

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$168 = \frac{a_1 + (a_1 + 42)}{2} \cdot 7 = (a_1 + 21)7$$

$$\frac{168}{7} = (a_1 + 21)$$

$$a_1 = 24 - 21 = 3$$

$$a_2 = 3 + 7 = 10$$

$$a_3 = 10 + 7 = 17$$

$$a_4 = 17 + 7 = 24$$

$$a_5 = 24 + 7 = 31$$

$$a_6 = 31 + 7 = 38$$

$$a_7 = 38 + 7 = 45$$

Luego la progresión es:

$$\cdot \underline{3 \cdot 10 \cdot 17 \cdot 24 \cdot 31 \cdot 38 \cdot 45}$$