# PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 36:

Una progresión aritmética tiene un número impar de términos. El término central vale 22 y el producto de los extremos es 259. Entonces, ¿la diferencia del mayor menos el menor es?

Solución Problema 36:

El término central vale 22, sabemos que

$$a_c = \frac{\mathrm{n}+1}{2}$$

$$22 = \frac{\mathrm{n}+1}{2}$$

Despejamos n y obtenemos el número de términos de la progresión:

$$\mathrm{n}+1 = 44$$

$$\mathrm{n} = 44 - 1 = 43 \ \ es\ el\ número\ de\ términos\ que\ tiene\ la\ progresión$$

Por otra parte sabemos que el término central es:

$$a_c = a_1 + \left(\frac{\mathrm{n}-1}{2}\right).d$$

Luego:

$$22 = a_1 + \left(\frac{43-1}{2}\right).d = \ a_1 + \frac{42}{2}.d$$

$$22 = a_1 + 21d$$

$$21d = 22 - a_1 \quad ecuación\ 1$$

El producto de los extremos es 259:

$$a_1.a_n = 259 \quad ecuación\ 2$$

Sustituimos $a_n$ por su valor en función de $a_1$ en la ecuación 2:

$$a_n = a_1 + (\mathrm{n}-1).d$$

$$a_1.[a_1 + (\mathrm{n}-1).d] = 259$$

$a_1.[a_1 + 42d] = 259$

$a_1.[a_1 + 2(21d)] = 259 \ \ ecuación \quad 3$

Sustituyo el valor de 21d de la ecuación 1 en la ecuación 3:

$a_1.[a_1 + 2(22 - a_1)] = 259$

$a_1.[a_1 + 44 - 2a_1] = 259$

$a_1.[44 - a_1] = 259$

$44a_1 - \ a_1{}^2 = 259$

$a_1{}^2 - 44a_1 + 259 = 0$

$$a_1 = \frac{44 \pm \sqrt{1936 - 1036}}{2} = \frac{44 \pm \sqrt{900}}{2} = \frac{44 \pm 30}{2}$$

$$a_{11} = \frac{44 + 30}{2} = \frac{74}{2} = 37$$

$$a_{12} = \frac{44 - 30}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

La diferencia entre el mayor y el menor es:

$a_{11} - a_{12} = 37 - 7 = 30$

También se puede hacer:

Calculamos el valor de la diferencia:

$21d = 22 - a_1 \quad ecuación\ 1$

$21d = 22 - 7$

$21d = 15$

$$d = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$$

Calculamos el valor de $a_n$

$a_n = a_1 + (\mathrm{n} - 1).\,d$

$$a_n = 7 + 42\frac{5}{7}$$

$$a_n = 7 + 30$$

$$a_n = 37$$

La diferencia entre el mayor y el menor es:

$$37 - 7 = 30$$