

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 42:

En la progresión aritmética: 3.....23.....59, el número de términos que hay entre 3 y 23 es la mitad de los comprendidos entre 23 y 59. Hallar la razón, el número de términos y la suma de ellos.

Solución Problema 42:

Sabemos que:

La razón de la interpolación es:

$$d = \frac{b - a}{m + 1}$$

En el que:

b es el último término

a es el primer término

m es el número de términos aritméticos a interpolar

Sea x el número de términos a interpolar entre 23 y 59, por tanto:

$$d = \frac{59 - 23}{x + 1}$$

Será x/2 el número de términos a interpolar entre 3 y 23

$$d = \frac{23 - 3}{\frac{x}{2} + 1}$$

Igualamos ambas ecuaciones en d:

$$\frac{59 - 23}{x + 1} = \frac{23 - 3}{\frac{x}{2} + 1}$$

$$\frac{36}{x + 1} = \frac{20}{\frac{x + 2}{2}}$$

$$\frac{36}{x+1} = \frac{40}{x+2}$$

Simplificando el numerador por 4:

$$\frac{9}{x+1} = \frac{10}{x+2}$$

$$9(x+2) = 10(x+1)$$

$$9x + 18 = 10x + 10$$

$$9x - 10x = 10 - 18$$

$$-x = -8$$

$x = 8$ es el número de términos a interpolar entre 23 y 59

El número de términos a interpolar entre 3 y 23 es $x/2$

$$\frac{x}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Por tanto el número de términos, n , será la suma de x ; $x/2$ y 3, 23 y 59:

$$n = 4 + 8 + 3 = 15$$

Hallamos la razón, para ello sustituimos x en:

$$d = \frac{59 - 23}{x + 1}$$

$$d = \frac{36}{8 + 1}$$

$$d = \frac{36}{9} = 4$$

Calculamos la suma, sabemos que:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

En nuestro caso:

$$S_{15} = \frac{3 + 59}{2} \cdot 15$$

$$S_{15} = \frac{62}{2} \cdot 15$$

$$S_{15} = 31 \cdot 15$$

$$S_{15} = 465$$