

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 14:

Calcular el número de términos de una progresión aritmética cuyo primer término es $a-2$; la diferencia, $2-a$; y la suma, $10-5a$

Solución Problema 14:

Sea a_1 el primer término de la progresión: $a-2$

Sea la diferencia: $2-a$

Sea S_n la suma de los términos: $10-5a$

Mediante la fórmula del último término tenemos

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \text{ ecuación 1}$$

$$a_n = a - 2 + (n - 1)(2 - a) \text{ ecuación 1}$$

Mediante la fórmula de la suma tenemos:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \text{ ecuación 2}$$

Sustituimos el valor de a_n en la ecuación 2

$$10 - 5a = \frac{(a - 2) + [a - 2 + (n - 1)(2 - a)]}{2} \cdot n$$

$$2(10 - 5a) = (na - 2n) + (na - 2n) + n(n - 1)(2 - a)$$

$$10(2 - a) = 2n(a - 2) + n(n - 1)(2 - a)$$

$$10(2 - a) = -2n(-a + 2) + n(n - 1)(2 - a)$$

$$10 = -2n + n(n - 1) = -2n + n^2 - n = n^2 - 3n$$

$$n^2 - 3n - 10 = 0$$

$$n = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{3 \pm 7}{2} =$$

$$n_1 = \frac{3 + 7}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$n_2 = \frac{3 - 7}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \text{ solución no válida}$$

Por tanto el número de términos de la progresión es: n=5