

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Problema 13:

El primer término de una progresión aritmética es 1; el segundo 2, y la suma de todos los términos, 210. Hallar el número de términos.

Solución Problema 13:

Sea a_1 el primer término de la progresión: 1

Sea a_2 el primer término de la progresión: 2

Sea S_n la suma de los términos: 210

Podemos calcular la diferencia de la progresión: d

$$d = a_2 - a_1 = 2 - 1 = 1$$

Ahora, mediante la aplicación de la fórmula de cálculo del último término y la suma de todos los términos podemos hallar el valor pedido:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \text{ ecuación 1}$$

$$a_n = 1 + (n - 1)1 = 1 + n - 1 = n$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \text{ ecuación 2}$$

Sustituimos el valor de a_n en la ecuación 2

$$210 = \frac{1 + n}{2} \cdot n$$

$$420 = (1 + n)n = n + n^2$$

$$n^2 + n - 420 = 0$$

$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \times 1 \times 420}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 1680}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1681}}{2}$$
$$= \frac{-1 \pm 41}{2}$$

$$n_1 = \frac{-1 + 41}{2} = \frac{40}{2} = \mathbf{20}$$

$$n_2 = \frac{-1 - 41}{2} = \frac{-42}{2} = \mathbf{-21 \text{ solución no válida}}$$

Por tanto el número de términos de la progresión es: n=20