

PROBLEMAS DE EDADES

Problema 69

Las edades de tres hermanos hace 2 años estaban en la misma relación que 3, 4 y 5. Si dentro de dos años serán como 5, 6 y 7. ¿Cuál es la edad del mayor?

Solución Problema 69:

Sea x la edad actual del hermano mayor : A

Sea y la edad actual del hermano mediano : B

Sea z la edad actual del hermano menor : C

Edades hace 2 años:

A: x-2

B: y-2

C: z-2

Estaban en la misma relación que 3, 4 y 5.

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-2}{5} \text{ ecuación 1}$$

Edades dentro de 2 años:

A: x+2

B: y+2

C: z+2

Estaban en la misma relación que 5, 6 y 7.

$$\frac{x+2}{5} = \frac{y+2}{6} = \frac{z+2}{7} \text{ ecuación 2}$$

Como nos piden la edad del hermano mayor, es decir, A, vamos a hacer todas las operaciones necesarias para obtener su edad directamente

Operando sobre la ecuación 1, tenemos

$$\frac{x - 2}{3} = \frac{y - 2}{4}$$

$$4(x - 2) = 3(y - 2) \text{ ecuación 3}$$

Operando nuevamente sobre la ecuación 1, tenemos

$$\frac{y - 2}{4} = \frac{z - 2}{5}$$

$$5(y - 2) = 4(z - 2)$$

$$4(z - 2) = 5(y - 2) \text{ ecuación 4}$$

Dividiendo miembro a miembro la ecuación 3 y 4

$$\frac{x - 2}{z - 2} = \frac{3}{5} \text{ ecuación 5}$$

Operando sobre la ecuación 5 para despejar z, tenemos:

$$5(x - 2) = 3(z - 2)$$

$$5x - 10 = 3z - 6$$

$$z = \frac{5x - 4}{3} \text{ ecuación 6}$$

Operando sobre la ecuación 2, tenemos:

$$\frac{x + 2}{5} = \frac{y + 2}{6} = \frac{z + 2}{7} \text{ ecuación 2}$$

$$\frac{x + 2}{5} = \frac{y + 2}{6}$$

$$6(x + 2) = 5(y + 2) \text{ ecuación 7}$$

Operando nuevamente sobre la ecuación 2, tenemos

$$\frac{y + 2}{6} = \frac{z + 2}{7}$$

$$7(y + 2) = 6(z + 2)$$

$$6(z + 2) = 7(y + 2) \text{ ecuación 8}$$

Dividiendo miembro a miembro la ecuación 7 y 8

$$\frac{x + 2}{z + 2} = \frac{5}{7} \text{ ecuación 9}$$

Operando sobre la ecuación 9 para despejar z, tenemos:

$$7(x + 2) = 5(z + 2)$$

$$7x + 14 = 5z + 10$$

$$z = \frac{7x + 4}{5} \text{ ecuación 10}$$

Igualando los valores de z de la ecuación 6 y 10, tenemos:

$$z = \frac{5x - 4}{3} \text{ ecuación 6}$$

$$z = \frac{7x + 4}{5} \text{ ecuación 10}$$

$$\frac{5x - 4}{3} = \frac{7x + 4}{5}$$

Operando para despejar x:

$$5(5x - 4) = 3(7x + 4)$$

$$25x - 20 = 21x + 12$$

$$25x - 21x = 12 + 20 = 32$$

$$4x = 32$$

$$x = \frac{32}{4} = 8 \text{ años es la edad del hermano mayor: A}$$