

PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRÁICAS Y OPERACIONES

Problema 82:

Racionalizar el denominador de la siguiente fracción:

$$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{y}} + \sqrt{\sqrt{z}}}$$

Solución Problema 82:

$$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{y}} + \sqrt{\sqrt{z}}} \text{ fracción 1}$$

Para ello, hacemos el siguiente cambio de variable:

$$\sqrt{y} = a$$

$$\sqrt{z} = b$$

Sustituimos su valor en la fracción 1

$$\frac{1}{\sqrt{\sqrt{y}} + \sqrt{\sqrt{z}}} = \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

Multiplicamos numerador y denominador por el conjugado del denominador:

$$\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} =$$

El denominador es una suma por diferencia igual a diferencia de cuadrados:

$$\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$$

Deshacemos el cambio de variable:

PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRÁICAS Y OPERACIONES: Problema 82

$$\frac{\sqrt{\sqrt{y}} + \sqrt{\sqrt{z}}}{\sqrt{y} - \sqrt{z}}$$

Nuevamente, multiplicamos numerador y denominador por el conjugado del denominador:

$$\frac{(\sqrt{\sqrt{y}} + \sqrt{\sqrt{z}})(\sqrt{y} + \sqrt{z})}{(\sqrt{y} - \sqrt{z})(\sqrt{y} + \sqrt{z})} =$$

El denominador es una suma por diferencia igual a diferencia de cuadrados:

$$\frac{(\sqrt{\sqrt{y}} + \sqrt{\sqrt{z}})(\sqrt{y} + \sqrt{z})}{y - z} = \frac{\sqrt[4]{y} - \sqrt[4]{z})(\sqrt{y} + \sqrt{z})}{y - z} =$$

$$\frac{\sqrt[4]{y}\sqrt{y} - \sqrt[4]{z}\sqrt{y} + \sqrt{z}\sqrt[4]{y} - \sqrt[4]{z}\sqrt{z}}{y - z} =$$

He puesto las potencias de la misma base en forma de quebrado para que sea más fácil el cálculo de éstas.

$$\frac{y^{1/4}y^{1/2} - \sqrt[4]{z}\sqrt{y} + \sqrt{z}\sqrt[4]{y} - z^{1/4}z^{1/2}}{y - z} = \frac{y^{3/4} - \sqrt[4]{z}\sqrt{y} + \sqrt{z}\sqrt[4]{y} - z^{3/4}}{y - z}$$

$$\frac{\sqrt[4]{y^3} - \sqrt[4]{z^3} - \sqrt[4]{z}\sqrt{y} + \sqrt{z}\sqrt[4]{y}}{y - z}$$