

PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y OPERACIONES

Problema 74:

Simplificar

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{a}}$$

Solución Problema 74:

Recordamos qué es racionalizar el denominador de una fracción: es transformar la fracción en otra equivalente, que tenga racional el denominador.

Para ello multiplicamos numerador y denominador por el conjugado del denominador, así el denominador queda como la identidad notable: suma por diferencia igual a diferencia de cuadrados.

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{a}}$$
$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{a})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{a})(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{a})} =$$

Agrupamos el denominador de la siguiente manera:

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{a})(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{a})$$
$$= [(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - \sqrt{a}][(\sqrt{2} + \sqrt{3}) + \sqrt{a}]$$

Así queda visto de forma más clara que es la identidad notable de suma por diferencia

$$\frac{2 + \sqrt{6} + \sqrt{2a}}{[(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - \sqrt{a}][(\sqrt{2} + \sqrt{3}) + \sqrt{a}]} = \frac{2 + \sqrt{6} + \sqrt{2a}}{[(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - a]}$$

$$\frac{2 + \sqrt{6} + \sqrt{2a}}{2 + 3 + 2\sqrt{6} - a} = \frac{2 + \sqrt{6} + \sqrt{2a}}{5 + 2\sqrt{6} - a} = \frac{2 + \sqrt{6} + \sqrt{2a}}{5 - a + 2\sqrt{6}}$$

Hay que volver a racionalizar de nuevo el denominador, agrupando igual que la vez anterior:

$$\frac{2 + \sqrt{6} + \sqrt{2a}}{(5 - a) + 2\sqrt{6}} = \frac{(2 + \sqrt{6} + \sqrt{2a})[(5 - a) - 2\sqrt{6}]}{[(5 - a) + 2\sqrt{6}][(5 - a) - 2\sqrt{6}]}$$

$$\frac{(2 + \sqrt{6} + \sqrt{2a})[(5 - a) - 2\sqrt{6}]}{[(5 - a)^2 - (2\sqrt{6})^2]} = \frac{(2 + \sqrt{6} + \sqrt{2a})[(5 - a) - 2\sqrt{6}]}{25 + a^2 - 10a - 24}$$

$$\frac{10 + 5\sqrt{6} + 5\sqrt{2a} - 2a - a\sqrt{6} - a\sqrt{2a} - 4\sqrt{6} - 12 - 2\sqrt{12a}}{a^2 - 10a + 1}$$

$$\frac{-2 + \sqrt{6} + 5\sqrt{2a} - a\sqrt{2a} - 2\sqrt{12a} - a\sqrt{6} - 2a}{a^2 - 10a + 1}$$

$$\frac{5\sqrt{2a} - 4\sqrt{3a} - a(\sqrt{2a} + \sqrt{6} + 2) + \sqrt{6} - 2}{a^2 - 10a + 1}$$