

PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y OPERACIONES

Problema 67:

Calcular el m.c.d. de los polinomios

$$A(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3$$

$$B(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$$

Solución Problema 67:

Para ello hacemos la descomposición de factorial del polinomio A, aplicando la regla de Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2 & -2 & -3 \\ 3 & & 3 & 3 & 3 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

Luego $x=3$

A continuación calculamos las soluciones de la ecuación de 2º grado.

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2} \notin \mathbb{R}$$

Por tanto el polinomio

$$A(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x^2 + x + 1)$$

Hacemos el mismo proceso para el polinomio B, mediante su descomposición factorial:

$$B(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$$

Sacando factor común x tenemos:

$$x^3 - 4x^2 + 3x = x(x^2 - 4x + 3)$$

Ahora calculamos la ecuación de 2º grado:

$$x^2 - 4x + 3$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = \frac{4 + 2}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{4 - 2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Luego:

$$x^3 - 4x^2 + 3x = x(x - 3)(x - 1)$$

Para calcular el m.c.d solo tenemos que aplicar su definición y coger las soluciones comunes y de menor índice, en este caso:

m.c.d. = (x-3)