

PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRÁICAS Y OPERACIONES

Problema 62:

Transforma la expresión siguiente en suma de radicales simples

$$\sqrt{3 + \sqrt{10 + 2\sqrt{8 - 2\sqrt{7}}}}$$

Solución Problema 62:

Mediante la transformación de los radicales de la forma:

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 - B}}{2}} \pm \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 - B}}{2}}$$

$$A = 8$$

$$\sqrt{B} = 2\sqrt{7} = \sqrt{28}$$

Luego

$$\sqrt{8 - \sqrt{28}} = \sqrt{\frac{8 + \sqrt{(8)^2 - 28}}{2}} - \sqrt{\frac{8 - \sqrt{(8)^2 - 28}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{8 + \sqrt{64 - 28}}{2}} - \sqrt{\frac{8 - \sqrt{64 - 28}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{8 + \sqrt{36}}{2}} - \sqrt{\frac{8 - \sqrt{36}}{2}} = \sqrt{\frac{8 + 6}{2}} - \sqrt{\frac{8 - 6}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{14}{2}} - \sqrt{\frac{2}{2}} = \sqrt{7} - 1 = -1 + \sqrt{7}$$

Así:

$$\sqrt{8 + \sqrt{28}} = -1 + \sqrt{7}$$

Ahora tenemos:

$$\begin{aligned}\sqrt{3 + \sqrt{10 + 2\sqrt{8 - 2\sqrt{7}}}} &= \sqrt{3 + \sqrt{10 + 2(-1 + \sqrt{7})}} \\ &= \sqrt{3 + \sqrt{10 - 2 + 2\sqrt{7}}} = \sqrt{3 + \sqrt{8 + 2\sqrt{7}}}\end{aligned}$$

Volvemos a repetir el procedimiento anterior:

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 - B}}{2}} \pm \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 - B}}{2}}$$

$$A = 8$$

$$\sqrt{B} = 2\sqrt{7} = \sqrt{28}$$

Luego

$$\sqrt{8 + \sqrt{28}} = \sqrt{\frac{8 + \sqrt{(8)^2 - 28}}{2}} + \sqrt{\frac{8 - \sqrt{(8)^2 - 28}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{8 + \sqrt{64 - 28}}{2}} + \sqrt{\frac{8 - \sqrt{64 - 28}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{8 + \sqrt{36}}{2}} + \sqrt{\frac{8 - \sqrt{36}}{2}} = \sqrt{\frac{8 + 6}{2}} + \sqrt{\frac{8 - 6}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{14}{2}} + \sqrt{\frac{2}{2}} = \sqrt{7} + 1 = 1 + \sqrt{7}$$

$$\sqrt{8 + \sqrt{28}} = 1 + \sqrt{7}$$

$$\sqrt{3 + \sqrt{8 + 2\sqrt{7}}} = \sqrt{3 + 1 + \sqrt{7}} = \sqrt{4 + \sqrt{7}}$$

Volvemos a repetir el procedimiento anterior:

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 - B}}{2}} \pm \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 - B}}{2}}$$

$$A = 4$$

$$\sqrt{B} = \sqrt{7}$$

Luego

$$\sqrt{4 + \sqrt{7}} = \sqrt{\frac{4 + \sqrt{(4)^2 - 7}}{2}} + \sqrt{\frac{4 - \sqrt{(4)^2 - 7}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{4 + \sqrt{16 - 7}}{2}} + \sqrt{\frac{4 - \sqrt{16 - 7}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{4 + \sqrt{9}}{2}} + \sqrt{\frac{4 - \sqrt{9}}{2}} = \sqrt{\frac{4 + 3}{2}} + \sqrt{\frac{4 - 3}{2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{7}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{3 + \sqrt{10 + 2\sqrt{8 - 2\sqrt{7}}}} = \sqrt{\frac{7}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$$

