

## PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRÁICAS Y OPERACIONES

Problema 60:

Transforma la expresión siguiente en suma de radicales simples

$$\sqrt{\sqrt{89 + \sqrt{7840}}}$$

Solución Problema 60:

Podemos resolverlo de dos formas:

Forma 1: Mediante la transformación de los radicales de la forma:

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 - B}}{2}} \pm \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 - B}}{2}}$$

$$A = 89$$

$$\sqrt{B} = \sqrt{7840}$$

Luego

$$\sqrt{89 + \sqrt{7840}} = \sqrt{\frac{89 + \sqrt{(89)^2 - 7840}}{2}} + \sqrt{\frac{89 - \sqrt{(89)^2 - 7840}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{89 + \sqrt{7921 - 7840}}{2}} + \sqrt{\frac{89 - \sqrt{7921 - 7840}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{89 + \sqrt{81}}{2}} + \sqrt{\frac{89 - \sqrt{81}}{2}} = \sqrt{\frac{89 + 9}{2}} + \sqrt{\frac{89 - 9}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{98}{2}} + \sqrt{\frac{80}{2}} = \sqrt{49} + \sqrt{40} = 7 + \sqrt{40}$$

Así:

$$\sqrt{89 + \sqrt{7840}} = 7 + \sqrt{40}$$

Ahora tenemos:

$$\sqrt{\sqrt{89 + \sqrt{7840}}} = \sqrt{7 + \sqrt{40}}$$

Volvemos a repetir el procedimiento anterior:

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 - B}}{2}} \pm \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 - B}}{2}}$$

$$A = 7$$

$$\sqrt{B} = \sqrt{40}$$

Luego

$$\sqrt{7 + \sqrt{40}} = \sqrt{\frac{7 + \sqrt{(7)^2 - 40}}{2}} + \sqrt{\frac{7 - \sqrt{(7)^2 - 40}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{7 + \sqrt{49 - 40}}{2}} + \sqrt{\frac{7 - \sqrt{49 - 40}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{7 + \sqrt{9}}{2}} + \sqrt{\frac{7 - \sqrt{9}}{2}} = \sqrt{\frac{7 + 3}{2}} + \sqrt{\frac{7 - 3}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{10}{2}} + \sqrt{\frac{4}{2}} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

$$\sqrt{\sqrt{89 + \sqrt{7840}}} = \sqrt{7 + \sqrt{40}} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

**PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y OPERACIONES: Problema 60**

Forma 2:

$$\sqrt{\sqrt{89 + \sqrt{7840}}}$$

$$\sqrt{89 + \sqrt{7840}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

Elevamos al cuadrado

$$\sqrt{89 + \sqrt{7840}}^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$89 + \sqrt{7840} = a + b + 2\sqrt{a}\sqrt{b} = a + b + \sqrt{4ab}$$

$$89 + \sqrt{7840} = a + b + \sqrt{4ab}$$

Ahora tenemos:

$$89 = a + b \text{ ecuación 1}$$

$$\sqrt{7840} = \sqrt{4ab}; \sqrt{7840}^2 = (\sqrt{4ab})^2; 7840 = 4ab$$

$$1960 = ab \text{ ecuación 2}$$

despejamos de la ecuación 1 "a" y sustituimos su valor en la ecuación 2:

$$a = 89 - b$$

$$1960 = (89 - b)b$$

$$1960 = 89b - b^2$$

$$b^2 - 89b + 1960 = 0$$

$$b = \frac{89 \pm \sqrt{(89)^2 - 4 \times 1 \times 1960}}{2} = \frac{89 \pm \sqrt{7921 - 7840}}{2} = \frac{89 \pm \sqrt{81}}{2} \\ = \frac{89 \pm 9}{2}$$

$$b_1 = \frac{89 + 9}{2} = \frac{98}{2} = \mathbf{49}$$

$$b_2 = \frac{89 - 9}{2} = \frac{80}{2} = \mathbf{40 \text{ solución válida}}$$

para

$$b_1 = 49; a = 89 - b = 89 - 49 = \mathbf{40}$$

$$b_2 = 40; a = 89 - b = 89 - 40 = \mathbf{49 \text{ solución válida}}$$

Para que sea de la forma general  $m + \sqrt{n}$

Tomamos como solución válida:

$$a = 49$$

$$b = 40$$

Así,

$$\sqrt{\mathbf{89}} + \sqrt{\mathbf{7840}} = \sqrt{49} + \sqrt{40} = \mathbf{7 + \sqrt{40}}$$

Ahora tenemos:

$$\sqrt{\sqrt{\mathbf{89}} + \sqrt{\mathbf{7840}}} = \sqrt{\mathbf{7 + \sqrt{40}}}$$

Volvemos a repetir el procedimiento anterior

$$\sqrt{7 + \sqrt{40}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

Elevamos al cuadrado

$$\sqrt{7 + \sqrt{40}}^2 = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$$

$$7 + \sqrt{40} = x + y + 2\sqrt{x}\sqrt{y} = x + y + \sqrt{4xy}$$

$$7 + \sqrt{40} = x + y + \sqrt{4xy}$$

Ahora tenemos:

$$7 = x + y \text{ ecuación 3}$$

$$\sqrt{40} = \sqrt{4xy}; \quad \sqrt{40}^2 = (\sqrt{4xy})^2; \quad 40 = 4xy$$

$$10 = xy \text{ ecuación 4}$$

despejamos de la ecuación 3 "x" y sustituimos su valor en la ecuación 4:

$$x = 7 - y$$

$$10 = (7 - y)y$$

$$10 = 7y - y^2$$

$$y^2 - 7y + 10 = 0$$

$$y = \frac{7 \pm \sqrt{(7)^2 - 4 \times 1 \times 10}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2}$$

$$y_1 = \frac{7 + 3}{2} = \frac{10}{2} = \mathbf{5 \text{ solución válida}}$$

$$y_2 = \frac{7 - 3}{2} = \frac{4}{2} = \mathbf{2 \text{ solución válida}}$$

para

$$y_1 = 5; \quad x = 7 - y = 7 - 5 = \mathbf{2 \text{ solución válida}}$$

$$y_2 = 2; \quad x = 7 - y = 7 - 2 = \mathbf{5 \text{ solución válida}}$$

$$\sqrt{\sqrt{89 + \sqrt{7840}}} = \sqrt{7 + \sqrt{40}} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$