

PROBLEMAS DE EXPRESIONES ALGEBRÁICAS Y OPERACIONES

Problema 59:

Transforma la expresión siguiente en suma de radicales simples

$$\sqrt{7x - x\sqrt{13}}$$

Solución Problema 59:

Podemos resolverlo de dos formas:

Forma 1: Mediante la transformación de los radicales de la forma:

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 - B}}{2}} \pm \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 - B}}{2}}$$

$$A = 7x$$

$$\sqrt{B} = \sqrt{13x^2}$$

Luego

$$\sqrt{7x - x\sqrt{13}} = \sqrt{\frac{7x + \sqrt{(7x)^2 - 13x^2}}{2}} - \sqrt{\frac{7x - \sqrt{(7x)^2 - 13x^2}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{7x + \sqrt{49x^2 - 13x^2}}{2}} - \sqrt{\frac{7x - \sqrt{49x^2 - 13x^2}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{7x + \sqrt{36x^2}}{2}} - \sqrt{\frac{6x - \sqrt{36x^2}}{2}} = \sqrt{\frac{7x + 6x}{2}} - \sqrt{\frac{7x - 6x}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{13x}{2}} - \sqrt{\frac{x}{2}}$$

$$\sqrt{7x - x\sqrt{13}} = \sqrt{\frac{13x}{2}} - \sqrt{\frac{x}{2}}$$

Forma 2:

$$\sqrt{7x - x\sqrt{13}} = \sqrt{7x - \sqrt{13x^2}}$$

$$\sqrt{7x - \sqrt{13x^2}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

Elevamos al cuadrado

$$\sqrt{7x - \sqrt{13x^2}}^2 = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$$

$$7x - \sqrt{13x^2} = a + b - 2\sqrt{a}\sqrt{b} = a + b - \sqrt{4ab}$$

$$7x - \sqrt{13x^2} = a + b - \sqrt{4ab}$$

Ahora tenemos:

$$7x = a + b \text{ ecuación 1}$$

$$\sqrt{13x^2} = -\sqrt{4ab}; \sqrt{13x^2}^2 = (-\sqrt{4ab})^2; 13x^2 = 4ab \text{ ecuación 2}$$

despejamos de la ecuación 1 "a" y sustituimos su valor en la ecuación 2:

$$a = 7x - b$$

$$13x^2 = 4(7x - b)b$$

$$13x^2 = 28bx - 4b^2$$

$$4b^2 - 28bx + 13x^2 = 0$$

$$b = \frac{28x \pm \sqrt{(28x)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 13x^2}}{2 \cdot 4} = \frac{28x \pm \sqrt{784x^2 - 208x^2}}{8}$$

$$= \frac{28x \pm \sqrt{576x^2}}{8} = \frac{28x \pm 24x}{8}$$

$$b_1 = \frac{28x + 24x}{8} = \frac{52x}{8} = \frac{13x}{2}$$

$$b_2 = \frac{28x - 24x}{8} = \frac{4x}{8} = \frac{x}{2} \text{ solución válida}$$

para

$$b_1 = \frac{13x}{2}; a = 7x - \frac{13x}{2} = \frac{14x - 13x}{2} = \frac{x}{2}$$

$$b_2 = \frac{x}{2}; a = 7x - \frac{x}{2} = \frac{14x - x}{2} = \frac{13x}{2} \text{ solución válida}$$

Luego

$$\sqrt{7x - x\sqrt{13}} = \sqrt{\frac{13x}{2}} - \sqrt{\frac{x}{2}}$$