

PROBLEMAS DE GRIFOS, FUENTES Y MANANTIALES

Problema 15:

A y B trabajando juntos pueden terminar el trabajo en 3,5 horas, A y C en 2,5 horas y B y C en 3 horas. ¿Cuánto tiempo emplearía cada uno en hacer él solo el trabajo?

Solución Problema 15:

Paso 1: Hacer un croquis del problema

TRABAJADOR A+B 3,5 H	TRABAJADOR A+C 2,5 H	TRABAJADOR B+C 3 H
-------------------------	-------------------------	-----------------------

Paso 2:

Sea x la cantidad de trabajo que hace A.

Sea y la cantidad de trabajo que hace B.

Sea z la cantidad de trabajo que hace C.

Calculamos en la unidad de tiempo, es decir, en una hora cuánta capacidad o cantidad de cisterna llena cada tubo.

Así, el trabajador A y B lo terminan en 3,5 horas luego en una hora terminarán:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3,5} = \frac{10}{35} \text{ ecuación 1}$$

Así, el trabajador A y C lo terminan en 2,5 horas luego en una hora terminarán:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2,5} = \frac{10}{25} \text{ ecuación 2}$$

Así, el trabajador B y C lo terminan en 3 horas luego en una hora terminarán:

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3} \text{ ecuación 3}$$

Tomamos las ecuaciones 1 y 2, multiplicamos la 2 por -1 y tenemos:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{10}{35}$$

$$-\frac{1}{x} - \frac{1}{z} = -\frac{10}{25}$$

Sumando ambas:

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{10}{35} - \frac{10}{25} = \frac{-100}{35 \times 25} = \frac{-4}{35}; \quad \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{-4}{35} \text{ ecuación 4}$$

Tomamos las ecuaciones 3 y 4 y sumando obtenemos:

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{-4}{35}$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} - \frac{4}{35} = \frac{23}{3 \times 35}; \quad \frac{2}{y} = \frac{23}{3 \times 35}$$

$$y = \frac{2 \times 3 \times 35}{23} = \frac{210}{23} \text{ horas tarda B en acabar el trabajo}$$

Sustituyendo el valor de y en la ecuación 3 obtenemos:

$$\frac{\frac{210}{23}}{\frac{210}{23}} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{23}{210} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{3} - \frac{23}{210} = \frac{70-23}{210} = \frac{47}{210}$$

$$z = \frac{210}{47} \text{ horas tarda C en acabar el trabajo}$$

Sustituimos y por su valor en la ecuación 1 y obtenemos:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{210}{23}} = \frac{10}{35}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{23}{210} = \frac{10}{35}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{10}{35} - \frac{23}{210} = \frac{60-23}{210} = \frac{37}{210}$$

$$x = \frac{210}{37} \text{ horas tarda A en acabar el trabajo}$$