

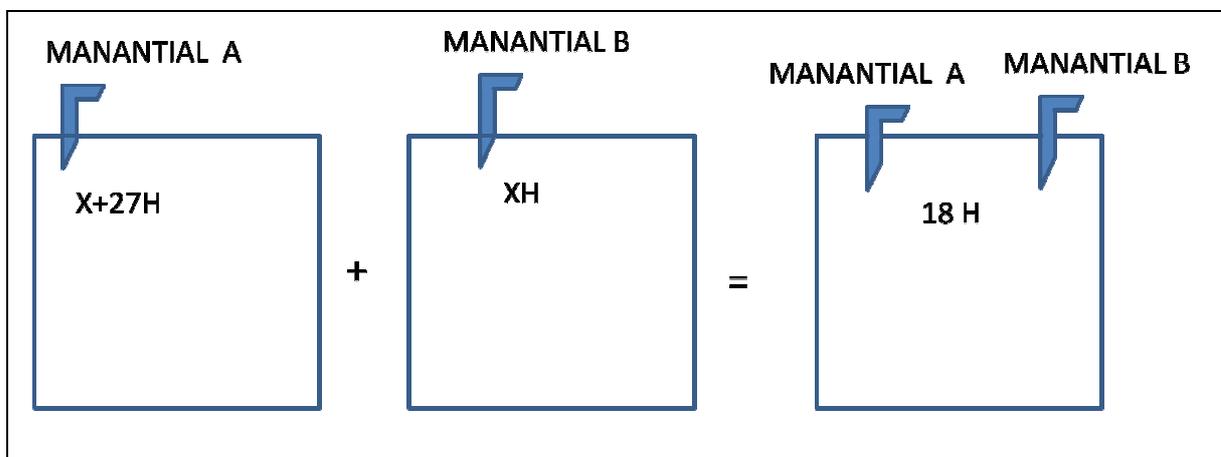
PROBLEMAS DE GRIFOS, FUENTES Y MANANTIALES

Problema 13:

Dos manantiales pueden llenar un depósito en 18 horas: hállese el tiempo que tardará cada uno de ellos, sabiendo que el primero, manando solo, tardaría 27 horas más que el segundo.

Solución Problema 13:

Paso 1: Hacer un croquis del problema



Sea x el tiempo que invierte el manantial B en llenar el depósito

Sea $x+27$ el tiempo que invierte el manantial A en llenar el depósito

Paso 2:

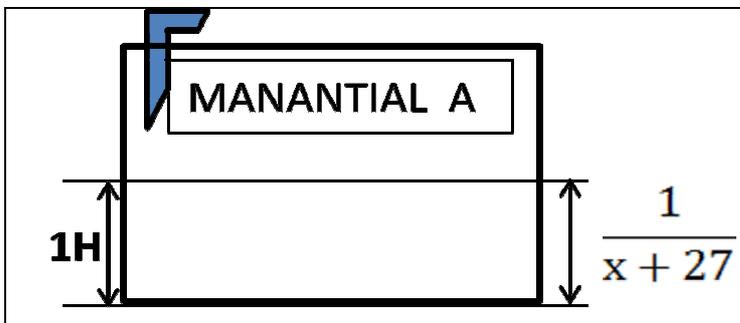
Calcular en la unidad de tiempo, es decir, en una hora cuánta capacidad o cantidad de depósito llena cada grifo.

Así, el manantial A, el primero, llena el depósito en $x+27$ horas, luego mediante una regla de tres tengo cuánto se llena en 1 hora

Si la Capacidad total la llena en ----- $x+27$ horas

c_a capacidad se llenará en -----1 hora

$$c_a = \frac{1}{x+27} \quad \text{de la capacidad lleno en 1 hora}$$

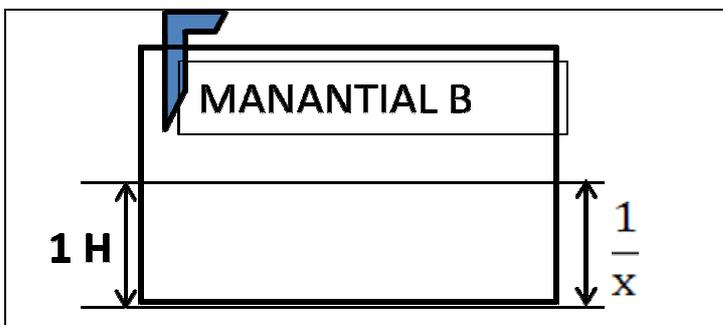


Así, el manantial B, el segundo, llena el depósito en x horas, luego mediante una regla de tres tengo cuánto se llena en 1 hora

Si la Capacidad total la llena en ----- x horas

c_b capacidad se llenará en -----1 hora

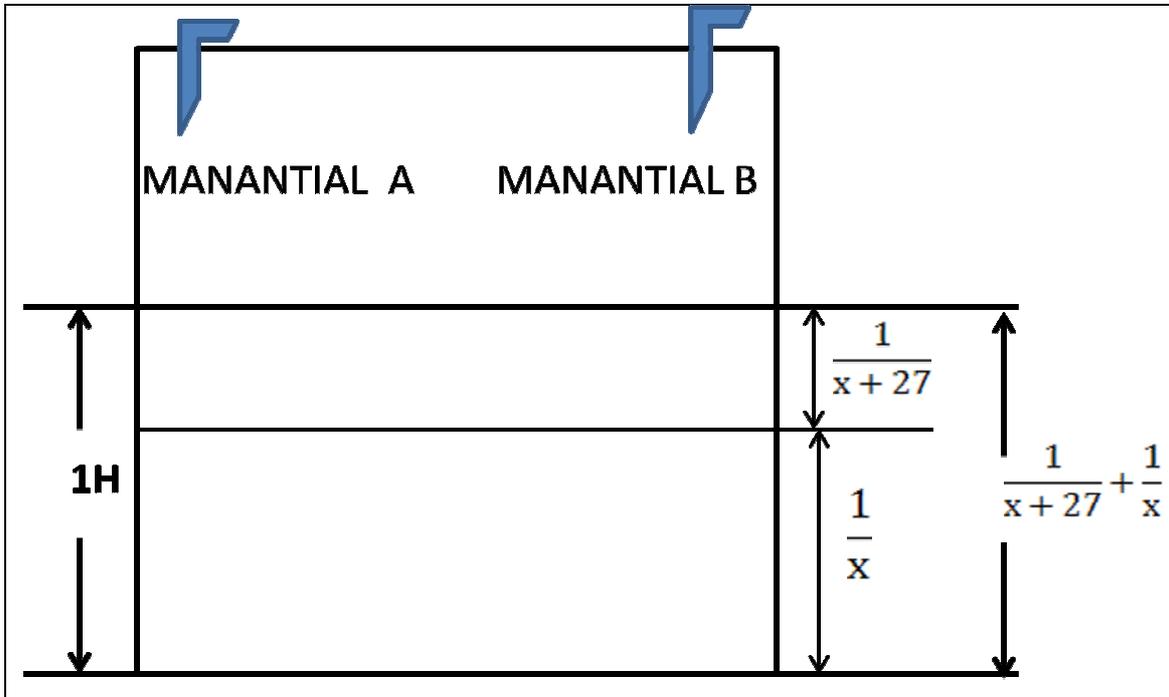
$$c_b = \frac{1}{x} \quad \text{de la capacidad lleno en 1 hora}$$



Paso 3

Luego en 1 hora los manantiales A y B llenan:

$$C_{a+b} = \frac{1}{x+27} + \frac{1}{x}$$



Paso 4:

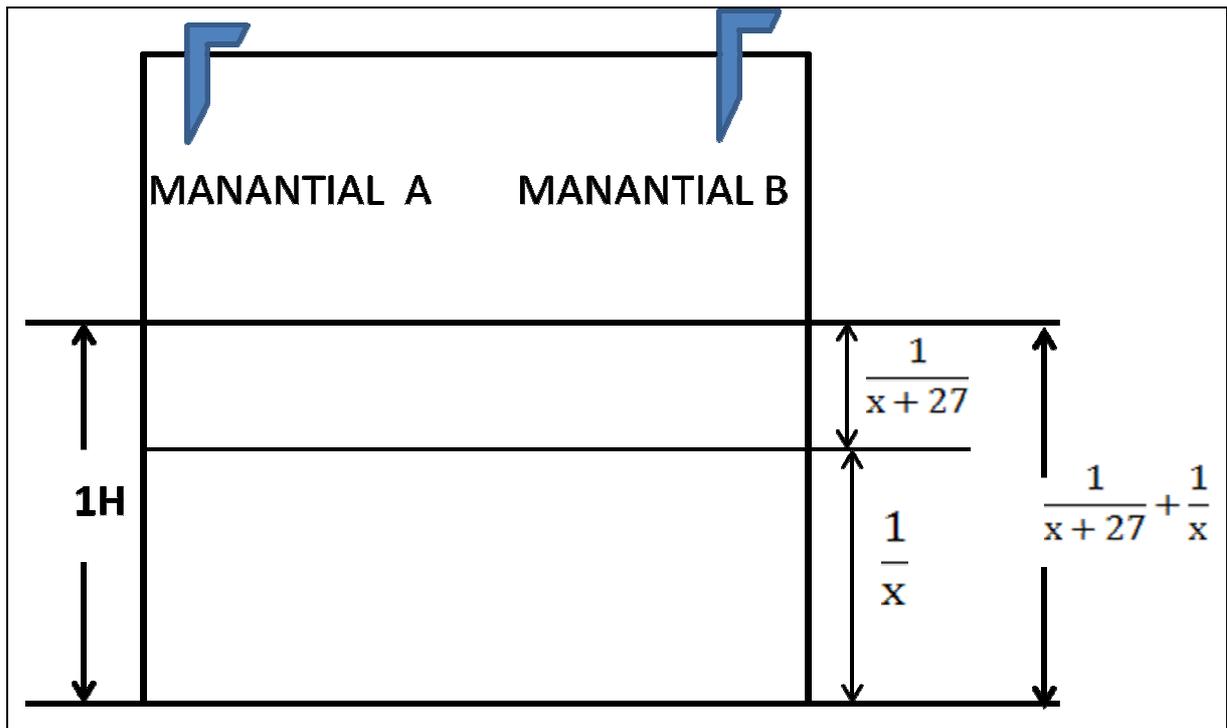
Calcular en la unidad de tiempo, es decir, en una hora cuánta capacidad o cantidad de depósito llenan los dos manantiales juntos.

Así, el enunciado dice que dos manantiales llenan un depósito en 18 horas, luego mediante una regla de tres tengo cuánto se llena en 1 hora

Si la Capacidad total la llena en ----- 18 horas

C_{a+b} capacidad se llenará en -----1 hora

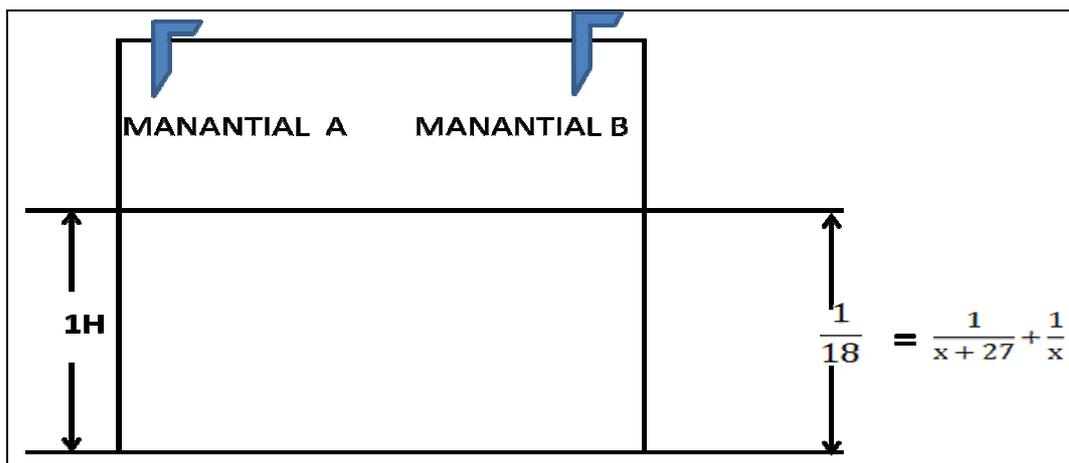
$$C_{a+b} = \frac{1}{18} \quad \text{de la capacidad lleno en 1 hora}$$



Paso 5:

Hemos calculado cuánta capacidad llenan los dos grifos juntos y por separado en una hora, luego podemos plantear la ecuación:

$$\frac{1}{18} = \frac{1}{x+27} + \frac{1}{x}$$



Resolvemos la ecuación:

$$\frac{1}{18} = \frac{1}{x+27} + \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{18} = \frac{x+x+27}{x(x+27)} = \frac{2x+27}{x(x+27)}$$

$$\frac{1}{18} = \frac{2x+27}{x(x+27)}$$

$$x(x+27) = 18(2x+27)$$

$$x^2 + 27x = 36x + 486$$

$$x^2 - 9x - 486 = 0$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{9^2 + 4 \times 1 \times 486}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 1944}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{2025}}{2} = \frac{9 \pm 45}{2}$$

$$x_1 = \frac{9 + 45}{2} = \frac{54}{2} = \mathbf{27 \text{ solución válida}}$$

$$x_2 = \frac{9 - 45}{2} = \frac{-36}{2} = \mathbf{-18 \text{ solución no válida}}$$

El primer manantial llena el depósito en $27+27= 54$ horas

El segundo manantial llena el depósito en 27 horas