

PROBLEMAS CON PLANTEO DE ECUACIONES Y SISTEMAS

Problema 90:

El producto de los dos términos de una fracción es 120; los dos términos serían iguales si se le quitara 1 al denominador para añadirlo al numerador. ¿Cuál es esta fracción?

Solución Problema 90:

Sea x el numerador de la fracción

Sea y el denominador de la fracción

Así, su producto es 120:

$$xy = 120 \text{ ecuación 1}$$

Ambos términos serían iguales si:

Quitamos 1 al denominador:

$$y - 1$$

Se lo añadimos al numerador:

$$x + 1$$

Luego:

$$x + 1 = y - 1 \text{ ecuación 2}$$

Despejando x en la ecuación 2 y sustituyéndolo en la ecuación 1, tenemos:

$$x = y - 2$$

$$(y - 2)y = 120$$

$$y^2 - 2y - 120 = 0$$

$$y = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 + 4 \cdot 120}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 480}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{484}}{2} = \frac{2 \pm 22}{2}$$

$$y_1 = \frac{2 + 22}{2} = \frac{24}{2} = \mathbf{12 \text{ solución válida}}$$

$$y_2 = \frac{2 - 22}{2} = \frac{-20}{2} = \mathbf{-10 \text{ solución no válida}}$$

Para $y = 12$; $x = y - 2 = 12 - 2 = \mathbf{10}$,

La fracción será:

$$\frac{\mathbf{10}}{\mathbf{12}}$$