

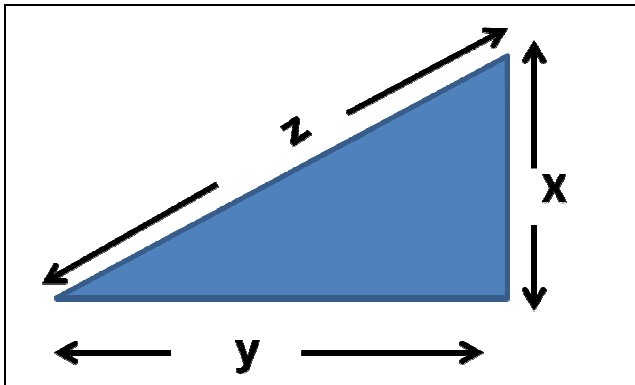
PROBLEMAS CON PLANTEO DE ECUACIONES Y SISTEMAS

Problema 55:

Calcula los tres lados de un triángulo rectángulo sabiendo que la suma de sus lados es 132 y que la suma de sus cuadrados es 6050.

Solución Problema 55:

Croquis del problema



Sea x la longitud del cateto menor del triángulo rectángulo

Sea y la longitud del cateto mayor del triángulo rectángulo

Sea z la longitud de la hipotenusa del triángulo rectángulo.

Tenemos según el enunciado:

$$x + y + z = 132 \text{ ecuación 1}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 6050 \text{ ecuación 2}$$

Aplicando el teorema de Pitágoras tenemos:

$$z^2 = x^2 + y^2 \text{ ecuación 3}$$

Sustituyo el valor de $x^2 + y^2$ en función de z^2 de la ecuación 3 en la ecuación 2, así:

$$z^2 + z^2 = 6050$$

$$2z^2 = 6050$$

PROBLEMAS CON PLANTEO DE ECUACIONES Y SISTEMAS: Problema 55

$$z^2 = \frac{6050}{2} = 3025$$

$$z = \sqrt{3025} = 55$$

Sustituyo el valor de z en las ecuaciones 1 y 2:

$$x + y = 132 - z = 132 - 55 = 77$$

$$x^2 + y^2 = 6050 - z^2 = 6050 - 3025 = 3025$$

Luego;

$$x + y = 77; \quad x = 77 - y$$

$$x^2 + y^2 = 3025$$

Operando:

$$(77 - y)^2 + y^2 = 3025$$

$$5929 + y^2 - 154y + y^2 = 3025$$

$$2y^2 - 154y + 2904 = 0$$

$$y^2 - 77y + 1452 = 0$$

$$y = \frac{77 \pm \sqrt{77^2 - 4 \times 1 \times 1452}}{2} = \frac{77 \pm \sqrt{5929 - 5808}}{2} = \frac{77 \pm \sqrt{121}}{2} \\ = \frac{77 \pm 11}{2}$$

$$y_1 = \frac{77 + 11}{2} = \frac{88}{2} = \mathbf{44} \text{ solución válida}$$

$$y_2 = \frac{77 - 11}{2} = \frac{66}{2} = \mathbf{33} \text{ solución válida}$$

Para $y = 44$

$$x + y = 77; \quad x = 77 - 44 = 33$$

El cateto menor mide:

$$x = 33$$

El cateto mayor mide:

$$y = 44$$

La hipotenusa mide:

$$x = 55$$