

PROBLEMAS CON PLANTEO DE ECUACIONES Y SISTEMAS

Problema 49:

Una cantidad de 400 € debe ser distribuida entre varias personas; si hubiese cuatro menos, cada una de ellas recibiría 5 € más. ¿Cuántas eran las personas?

Solución Problema 49:

Sea x el número de personas

Dividiendo los 400 € entre el número de personas hallamos cuánto dinero "y" corresponde a cada una:

$$\frac{400}{x} = y \text{ ecuación 1}$$

El enunciado dice:

si hubiese cuatro menos $\frac{400}{x-4}$

cada una de ellas recibiría 5 € más: $\frac{400}{x-4} = y + 5$ ecuación 2

Despejando y de la ecuación 2:

$$y = \frac{400}{x-4} - 5 \text{ ecuación 2}$$

Igualando ambas ecuaciones:

$$\frac{400}{x} = \frac{400}{x-4} - 5$$

Operando en ésta

$$\frac{400}{x} = \frac{400 - 5x + 20}{x-4} = \frac{420 - 5x}{x-4}$$

$$400(x-4) = x(420 - 5x)$$

$$400x - 1600 = 420x - 5x^2$$

$$5x^2 - 20x - 1600 = 0$$

$$x^2 - 4x - 320 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 + 4 \cdot 1 \cdot 320}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 1280}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{1296}}{2} = \frac{4 \pm 36}{2}$$

$$x_1 = \frac{4+36}{2} = \frac{40}{2} = \mathbf{20} \text{ solución válida}$$

$$x_2 = \frac{4-36}{2} = \frac{-32}{2} = \mathbf{-16} \text{ solución no válida}$$

El número de personas es 20