

PROBLEMAS CON PLANTEO DE ECUACIONES Y SISTEMAS

Problema 32:

Dos números son tales que el mayor más la raíz cuadrada del menor es 22, y la suma de los números es 34. ¿Cuáles son los números?

Solución Problema 32:

Sean los números buscados: "x" e "y". Y $x > y$

$$x + \sqrt{y} = 22 \text{ ecuación 1}$$

$$x + y = 34 \text{ ecuación 2}$$

Podemos resolverlo de 2 formas diferentes:

Forma 1: hacemos el cambio de variable siguiente:

$$\sqrt{y} = z; \text{ luego } y = z^2$$

Así tenemos:

$$x + z = 22 \text{ ecuación 1}$$

$$x + z^2 = 34 \text{ ecuación 2}$$

Despejamos en la ecuación 1

$$x = 22 - z$$

Sustituimos en la ecuación 2

$$22 - z + z^2 = 34$$

$$z^2 - z - 12 = 0$$

$$z = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 + 4 \times 1 \times 12}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2}$$

$$z_1 = \frac{1 + 7}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$z_2 = \frac{1 - 7}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \text{ no es solución válida}$$

Para $z_1 = 4$

$$y = z^2 = 4^2 = 16 \text{ solución válida}$$

$$x = 22 - z = 22 - 4 = 18 \text{ solución válida}$$

Forma 2: despejando \sqrt{y} en la ecuación 1:

$$x + \sqrt{y} = 22 \text{ ecuación 1}$$

luego,

$$\sqrt{y} = 22 - x$$

elevo al cuadrado ambos términos y sustituyo su valor en la ecuación 2

$$\sqrt{y}^2 = (22 - x)^2$$

$$y = 484 + x^2 - 44x$$

$$x + y = 34 \text{ ecuación 2}$$

$$x + 484 + x^2 - 44x = 34$$

$$x^2 - 43x + 450 = 0$$

$$x = \frac{43 \pm \sqrt{43^2 - 4 \times 1 \times 450}}{2} = \frac{43 \pm \sqrt{1849 - 1800}}{2} = \frac{43 \pm \sqrt{49}}{2} \\ = \frac{43 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{43 + 7}{2} = \frac{50}{2} = 25 \text{ no es solución válida}$$

$$x_2 = \frac{43 - 7}{2} = \frac{36}{2} = 18 \text{ solución válida}$$

PROBLEMAS CON PLANTEO DE ECUACIONES Y SISTEMAS: Problema 32

Para $x_2 = 18$

$$y = 34 - x = 34 - 18 = 16 \text{ solución válida}$$

También cabe la posibilidad de despejar x en la ecuación 2, lo vamos a resolver aunque es algo más complicado:

$$x + \sqrt{y} = 22 \text{ ecuación 1}$$

$$x + y = 34 \text{ ecuación 2}$$

$$x = 34 - y$$

Sustituyo el valor de x en la ecuación 1:

$$34 - y + \sqrt{y} = 22$$

$$y - \sqrt{y} - 12 = 0 \text{ ecuación 3}$$

En este caso es una ecuación de 2º grado en la que tenemos:

Expresión general:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

En la ecuación 3 tenemos:

$$ax^2 = y$$

$$bx = \sqrt{y}$$

$$c = 12$$

Por tanto a la hora de resolverla, tenemos:

$$y - \sqrt{y} - 12 = 0$$

$$\sqrt{y} = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 + 4 \times 1 \times 12}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2}$$

$$\sqrt{y_1} = \frac{1+7}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ es solución válida}$$

$$\sqrt{y_2} = \frac{1-7}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \text{ no es solución válida}$$

Luego

$$\sqrt{y_1} = 4; y = 16$$

Para $y_1 = 16$

$$x = 34 - y = 34 - 16 = 18 \text{ solución válida}$$