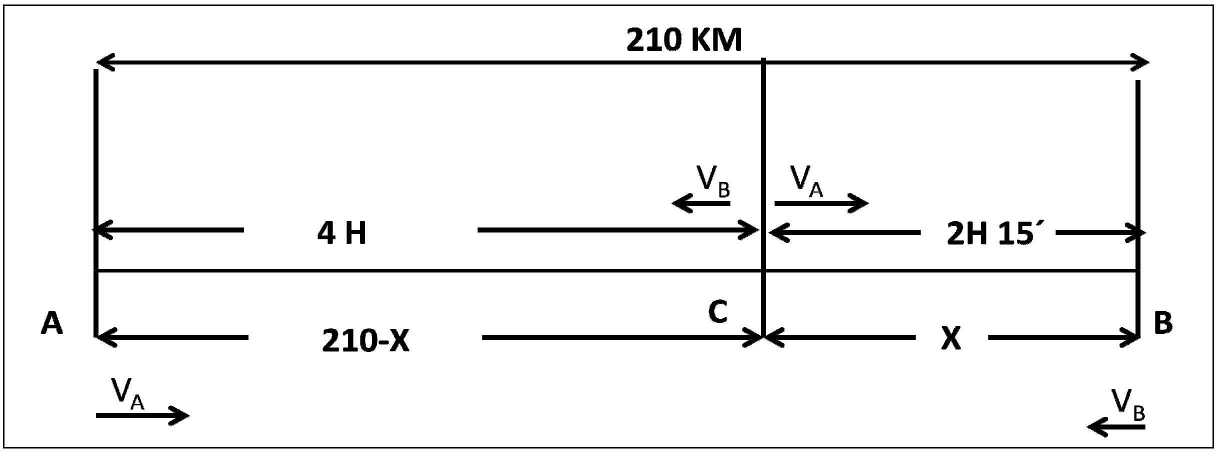
PROBLEMAS CON PLANTEO DE ECUACIONES Y SISTEMAS

Problema 126:

Dos trenes parten al mismo tiempo, con velocidades constantes: uno, del punto A, con dirección al B , distante 210 kilómetros, y otro, de B, con dirección a A. Desde el punto de encuentro, tarda, el que partió de A, en llegar a B, 2 horas y 15 minutos, y el que partió de B tarda, desde dicho punto, en llegar a A, 4 horas. Se desea saber: 1º Las velocidades, en kilómetros por hora, de ambos trenes. 2º El tiempo que tardaron en cruzarse.

Solución Problema 126:



Planteamiento:

Sea C el punto en que se cruzan ambos trenes.

Sea x la distancia en Km que recorre el tren que salió de A desde punto C hasta el punto B.

Sea t_A el tiempo que tarda el tren que salió de A en llegar a C.

Sea 210-x la distancia en Km que recorre el tren que salió de B desde punto C hasta el punto A.

Sea t_B el tiempo que tarda el tren que salió de B en llegar a C.

Resolución:

Para el tren que sale de A:

Si x km los recorre en 2,25 horas (2,25h = 2h 15´)

210-x km los recorrerá en t_A

$$t_A = \frac{2{,}25\ (210 - \mathrm{x})}{\mathrm{x}} \text{ ecuación 1}$$

Para el tren que sale de B:

Si 210-x km los recorre en 4 horas

x km los recorrerá en t_B

$$t_B = \frac{4\mathrm{x}}{210 - \mathrm{x}} \text{ ecuación 2}$$

Pero el tiempo que tardan en llegar a C es el mismo para ambos, luego

$t_A = t_B$

Por tanto igualamos la ecuación 1 y 2:

$$\frac{2{,}25\ (210 - \mathrm{x})}{\mathrm{x}} = \frac{4\mathrm{x}}{210 - \mathrm{x}}$$

Operando sobre la igualdad, tenemos:

$$2{,}25\ (210 - \mathrm{x})^2 = 4\mathrm{x}^2$$

$$\frac{9}{4}\ (210 - \mathrm{x})^2 = 4\mathrm{x}^2$$

$$9\ (210 - \mathrm{x})^2 = 16\mathrm{x}^2$$

$$9\ (210 - \mathrm{x})^2 = 16\mathrm{x}^2$$

$$9\ (44100 + \mathrm{x}^2 - 420\mathrm{x}) = 16\mathrm{x}^2$$

$$396900 + 9x^2 - 3780x = 16x^2$$

$$7x^2 + 3780x - 396900 = 0$$

$$x = \frac{-3780 \pm \sqrt{14288400 + 11113200}}{14} = \frac{-3780 \pm \sqrt{25401600}}{14}$$

$$= \frac{-3780 \pm 5040}{14}$$

$$\boldsymbol{x_1} = \frac{-3780 + 5040}{14} = \frac{1260}{14} = \mathbf{90\ soluci\acute{o}n\ v\acute{a}lida}$$

$$\boldsymbol{x_2} = \frac{-3780 - 5040}{14} = \frac{-8820}{14} = -\mathbf{630\ soluci\acute{o}n\ \ no\ v\acute{a}lida}$$

Como sabemos la velocidad que llevan en C, y el tiempo que tarda en llegar a B y A respectivamente, podemos poner:

Para el tren que sale de A

$$\boldsymbol{V_A} = \frac{90}{\frac{9}{4}} = \frac{4x90}{9} = \mathbf{40}\frac{\mathbf{km}}{\mathbf{h}}\mathbf{velocidad\ del\ tren\ que\ sale\ de\ A}$$

Para el tren que sale de B

$$\boldsymbol{V_B} = \frac{120}{4} = \mathbf{30}\frac{\mathbf{km}}{\mathbf{h}}\ \mathbf{velocidad\ del\ tren\ que\ sale\ de\ B}$$

El tiempo que tardan en cruzarse es el mismo, por tanto:

$$V_B = \frac{\mathrm{e}}{t_B}$$

$$\boldsymbol{t_B} = \frac{\mathrm{e}}{V_B} = \frac{90}{30} = \mathbf{3\ horas\ tardan\ en\ cruzarse\ en\ el\ punto\ C}$$