

PROBLEMAS CON PLANTEO DE ECUACIONES Y SISTEMAS

Problema 121:

En una proporción continua de términos positivos, los dos primeros suman 36, y los extremos, 60. Escribir la proporción.

Solución Problema 121:

Proporción continua es aquella que tiene dos medios iguales, es decir:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \text{ ecuación 1}$$

donde "b" es el medio proporcional.

Así, el enunciado dice que: los dos primeros suman 36

$$a + b = 36 \text{ ecuación 2}$$

$$a + c = 60 \text{ ecuación 3}$$

Multiplicamos la ecuación 2 por -1:

$$-a - b = -36$$

A continuación la restamos de la 3:

$$-a - b = -36$$

$$a + c = 60$$

Luego:

$$c - b = 24$$

De donde

$$c = 24 + b \text{ ecuación 4}$$

A continuación tomamos la ecuación 1 y ponemos:

$$a = \frac{b^2}{c} \text{ ecuación 5}$$

A continuación tomamos la ecuación 3 y ponemos

$$a = 60 - c \text{ ecuación 6}$$

De las ecuaciones 5 y 6 tenemos, igualando la "a"

$$60 - c = \frac{b^2}{c} \text{ ecuación 7}$$

A continuación tenemos el sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones 4 y 7

$$c = 24 + b \text{ ecuación 4}$$

$$60 - c = \frac{b^2}{c} \text{ ecuación 7}$$

Sustituimos el valor de c de la ecuación 4 en la 7 y queda:

$$60 - (24 + b) = \frac{b^2}{24 + b}$$

Operando,

$$60 - 24 - b = \frac{b^2}{24 + b}$$

$$(36 - b)(24 + b) = b^2$$

Operando tenemos,

$$864 - 24b + 36b - b^2 = b^2$$

$$2b^2 - 12b - 864 = 0$$

Simplificando entre 2,

$$b^2 - 6b - 432 = 0$$

$$b = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 1728}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{1764}}{2} = \frac{6 \pm 42}{2}$$

$$b_1 = \frac{6 + 42}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ solución válida}$$

$$b_2 = \frac{6 - 42}{2} = \frac{-36}{2}$$

= **-18** solución no válida ya que la proporción es de términos positivos

Para $b = 24$

$$c = 24 + b \text{ ecuación 4}$$

$$c = 24 + 24 = \mathbf{48}$$

$$a = 60 - c \text{ ecuación 6}$$

$$a = 60 - 48 = \mathbf{12}$$

Luego la proporción es:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \text{ ecuación 1}$$

$$\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{24}} = \frac{\mathbf{24}}{\mathbf{48}}$$

$$+24 + 36 = 64$$