

## **PROBLEMAS CON PLANTEO DE ECUACIONES Y SISTEMAS**

### Problema 119:

La suma de los tres primeros términos de una proporción continua, es 15; la suma de sus cuadrados , 81, y el cuarto término es un número entero. Escribir la proporción.

### Solución Problema 119:

Proporción continua es aquella que tiene dos medios iguales, es decir:

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{z} \text{ ecuación 1}$$

donde "y" es el medio proporcional.

El enunciado dice que: la suma de los tres primeros términos de una proporción continua es 15,

$$x + y + y = 15$$

$$x + 2y = 15 \text{ ecuación 2}$$

El enunciado dice que : la suma de sus cuadrados , 81; luego:

$$x^2 + y^2 + y^2 = 81$$

$$x^2 + 2y^2 = 81 \text{ ecuación 3}$$

Luego ya tenemos el sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones 2 y 3:

$$x + 2y = 15 \text{ ecuación 2}$$

$$x^2 + 2y^2 = 81 \text{ ecuación 3}$$

Despejamos de la ecuación 2 el valor de "x" y lo sustituimos en la ecuación 3:

$$x = 15 - 2y \text{ ecuación 4}$$

$$(15 - 2y)^2 + 2y^2 = 81$$

Operando en la ecuación resultante tenemos:

$$225 + 4y^2 - 60y + 2y^2 = 81$$

$$6y^2 - 60y + 144 = 0$$

Simplificando por 6 tenemos:

$$y^2 - 10y + 24 = 0$$

$$y = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{10 \pm 2}{2}$$

$$y_1 = \frac{10 + 2}{2} = \frac{12}{2} = \mathbf{6 \text{ solución válida}}$$

$$y_2 = \frac{10 - 2}{2} = \frac{8}{2} = \mathbf{4 \text{ solución no válida}}$$

Veamos por qué son válida y no válida:

para  $y = 6$ ; sustituimos su valor en la ecuación 4

$$x = 15 - 2y \text{ ecuación 4}$$

$$x = 15 - 2 \times 6 = 15 - 12 = 3$$

Calculamos a continuación "z" de la ecuación 1:

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{z} \text{ ecuación 1}$$

$$z = \frac{y^2}{x} = \frac{6^2}{3} = \mathbf{12}$$

Cumple el requisito pedido al 4º término: ser un número entero

Luego la proporción es:

$$\frac{3}{6} = \frac{6}{12} \text{ solución válida}$$

para  $y = 4$ ; sustituimos su valor en la ecuación 4

$$x = 15 - 2y \text{ ecuación 4}$$

$$x = 15 - 2 \cdot 4 = 15 - 8 = 7$$

Calculamos a continuación "z" de la ecuación 1:

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{z} \text{ ecuación 1}$$

$$z = \frac{y^2}{x} = \frac{4^2}{7}$$

$$z = \frac{16}{7} \text{ no pertenece al conjunto de los números enteros}$$