

PROBLEMAS CON PLANTEO DE ECUACIONES Y SISTEMAS

Problema 108:

La fecha de la invención de la imprenta por Gutenberg está expresada por un número de cuatro cifras; búsquese este número, sabiendo que la suma de las cuatro cifras es 14; la cifra de las decenas es la mitad de las de las unidades, la cifra de las centenas es igual a la suma de las cifras de las decenas y la de los millares; si se añade 4905 a este número, se obtiene el número invertido.

Solución Problema 108:

Sea "x" el número correspondiente a las unidades de millar

Sea "y" el número correspondiente a las centenas

Sea "z" el número correspondiente a las decenas

Sea "t" el número correspondiente a las unidades

O sea: x y z t

Según nos dice el enunciado, la suma de las cuatro cifras es 14

$$x + y + z + t = 14 \text{ ecuación 1}$$

la cifra de las decenas es la mitad de las de las unidades

$$z = \frac{1}{2}t \text{ ecuación 2}$$

la cifra de las centenas es igual a la suma de las cifras de las decenas y la de los millares:

$$y = z + x \text{ ecuación 3}$$

si se añade 4905 a este número, se obtiene el número invertido:

el número invertido es: tzyx

$$1000x + 100y + 10z + t + 4905 = 1000t + 100z + 10y + x \text{ ecuación 4}$$

Operando sobre la ecuación 4 tenemos:

$$111x + 10y - 10z - 111t = -545 \text{ ecuación 4}$$

Tomando la ecuación (1) y (3) tenemos:

$$x + (x + z) + z + t = 14$$

$$2x + 2z + t = 14 \text{ ecuación 5}$$

Tomando la ecuación (3) y (4) tenemos:

$$111x + 10(x + z) - 10z - 111t = -545$$

$$121x - 111t = -545 \text{ ecuación 6}$$

Tomando la ecuación (2) y (5) tenemos:

$$2x + 2\frac{1}{2}t + t = 14$$

$$x + t = 7 \text{ ecuación 7}$$

Tomando la ecuación (6) y (7) tenemos:

$$121x - 111t = -545$$

$$x + t = 7$$

Multiplicando la ecuación 7 por 111 tenemos:

$$121x - 111t = -545$$

$$111x + 111t = 777$$

Sumando ambas ecuaciones tenemos:

$$232x = 232$$

$$x = \frac{232}{232} = 1$$

Sustituyendo el valor de x en la ecuación 7

$$x + t = 7$$

$$t = 7 - 1 = 6$$

Sustituyendo el valor de t en la ecuación 2

$$z = \frac{1}{2}t = \frac{1}{2}6 = 3$$

Sustituyendo el valor de x ; de t en la ecuación 3

$$y = x + z = 1 + 3 = 4$$

El número buscado es 1436