

PROBLEMAS CON PLANTEO DE ECUACIONES Y SISTEMAS

Problema 106:

Un número está compuesto de dos cifras; si se le agrega 9 se encuentra el mismo número invertido, y si se divide el número por el producto de las dos cifras, se tiene por cociente 6; Hállese el número

Solución Problema 106:

Sea x la cifra de las decenas del número pedido

Sea y la cifra de las unidades del número pedido

Sea xy el número pedido.

Se puede escribir de la forma:

$$10x + y$$

El enunciado dice que si se le agrega 9 se encuentra el mismo número invertido, o sea:

$$(10x + y) + 9 = 10y + x \quad \text{ecuación 1}$$

El enunciado dice que si se divide el número por el producto de las dos cifras, se tiene por cociente 6

$$\frac{10x + y}{x \cdot y} = 6 \quad \text{ecuación 2}$$

Operando sobre la ecuación 1 obtenemos x función en y :

$$(10x + y) + 9 = 10y + x$$

$$9x - 9y = -9$$

$$x - y = -1$$

$$x = y - 1$$

A continuación sustituimos su valor en la ecuación 2

$$\frac{10x + y}{x \cdot y} = 6$$

$$10x + y = 6x \cdot y$$

$$10(y - 1) + y = 6(y - 1)y$$

$$10y - 10 + y = 6y^2 - 6y$$

$$6y^2 - 17y + 10 = 0$$

$$y = \frac{17 \pm \sqrt{17^2 - 4 \cdot 6 \cdot 10}}{2 \cdot 6} = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 240}}{12} = \frac{17 \pm \sqrt{49}}{12} = \frac{17 \pm 7}{12}$$

$$y_1 = \frac{17 + 7}{12} = \frac{24}{12} = 2 \text{ solución válida}$$

$$y_2 = \frac{17 - 7}{12} = \frac{10}{12} \text{ solución no válida}$$

Para $y = 2$, sustituimos su valor en la ecuación 1

$$x - y = -1$$

$$x - 2 = -1$$

$$x = 1$$

Luego el número buscado es 12