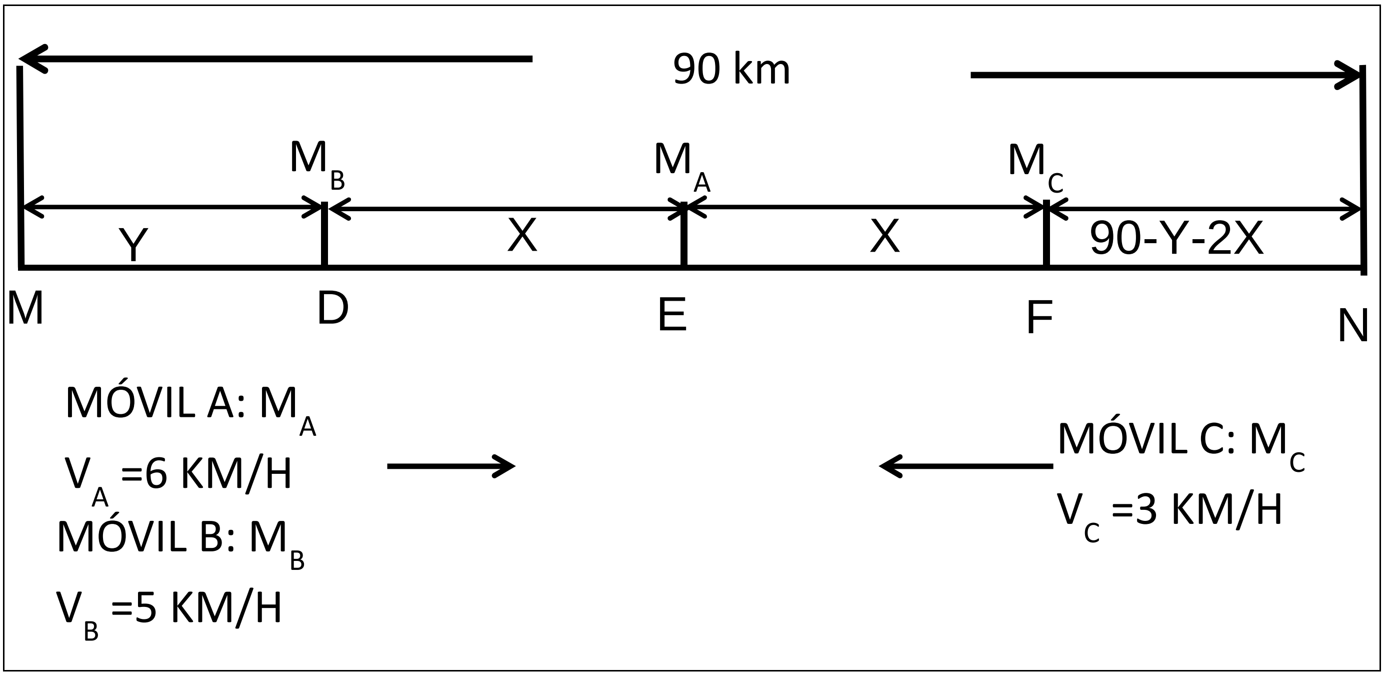
PROBLEMAS DE MÓVILES

Problema 34:

Dos móviles A Y B marchan con velocidad constante; A con velocidad V=6 km/h y B con velocidad V=5 km/h. Parten simultáneamente de M hacia N y en ese mismo instante parte de N hacia M un tercer móvil C con velocidad V=3 km/h y MRU. Desde M a N hay 90 km. Determinar cuánto tiempo debe transcurrir para que:
a)A equidiste de B y C
b)B equidiste de A y C
c) A se cruce con C.

Solución Problema 34:

Paso 1: Hacer un croquis de la pregunta A)



Paso 2: planteamiento pregunta A:

Que M_a equidiste de M_b y M_c quiere decir que se encuentra en un punto E tal que la distancia ED (donde está M_b) es igual EF (donde está M_c)

Sea ME la distancia que recorre M_a: x+y

Sea MD la distancia que recorre M_b: y

Sea NF la distancia que recorre M_c: 90-y-2x

Aplicamos la fórmula v=e/t

Móvil A:

$$V_a = \frac{x + y}{t}$$

$$6 = \frac{x + y}{t} \quad ecuación\ 1$$

Móvil B:

$$V_b = \frac{y}{t}$$

$$5 = \frac{y}{t} \quad ecuación\ 2$$

Móvil C:

$$V_c = \frac{y}{t}$$

$$5 = \frac{90 - y - 2x}{t} \quad ecuación\ 3$$

Despejamos t en las 3 ecuaciones:

$$t = \frac{x + y}{6} \quad ecuación\ 4$$

$$t = \frac{y}{5} \quad ecuación\ 5$$

$$t = \frac{90 - 2x - y}{3} \quad ecuación\ 6$$

Los tres móviles recorren esas distancias en el mismo tiempo

Igualamos ecuación 4 y 5; y ecuación 4 y 6:

$$\frac{x + y}{6} = \frac{y}{5} \quad ecuación\ 7$$

$$\frac{x+y}{6} = \frac{90-2x-y}{3} \quad ecuación\ 8$$

Operamos sobre la ecuación 7:

$$\frac{x+y}{6} = \frac{y}{5}$$

$$5(x+y) = 6y$$

$$5x + 5y = 6y$$

$$5x = 6y - 5y = y$$

$$5x = y \text{ ecuación } 9$$

Operamos sobre la ecuación 8:

$$\frac{x+y}{6} = \frac{90-2x-y}{3}$$

$$\frac{x+y}{2} = 90 - 2x - y$$

$$x + y = 2(90 - 2x - y)$$

$$x + y = 180 - 4x - 2y \quad ecuación\ 9$$

Sustituimos el valor de y de la ecuación 8 en la ecuación 9

$$x + 5x = 180 - 4x - 2(5x)$$

$$x + 5x = 180 - 4x - 10x = 180 - 14x$$

$$x + 5x + 14x = 180$$

$$20x = 180$$

$$x = \frac{180}{20} = 9km$$

Para x= 9; y valdrá:

$$5x = y \text{ ecuación } 9$$

$$y = 5x = 5.9 = 45 \text{ km}$$

Por tanto calculamos el tiempo que debe discurrir para que A equidiste de B:

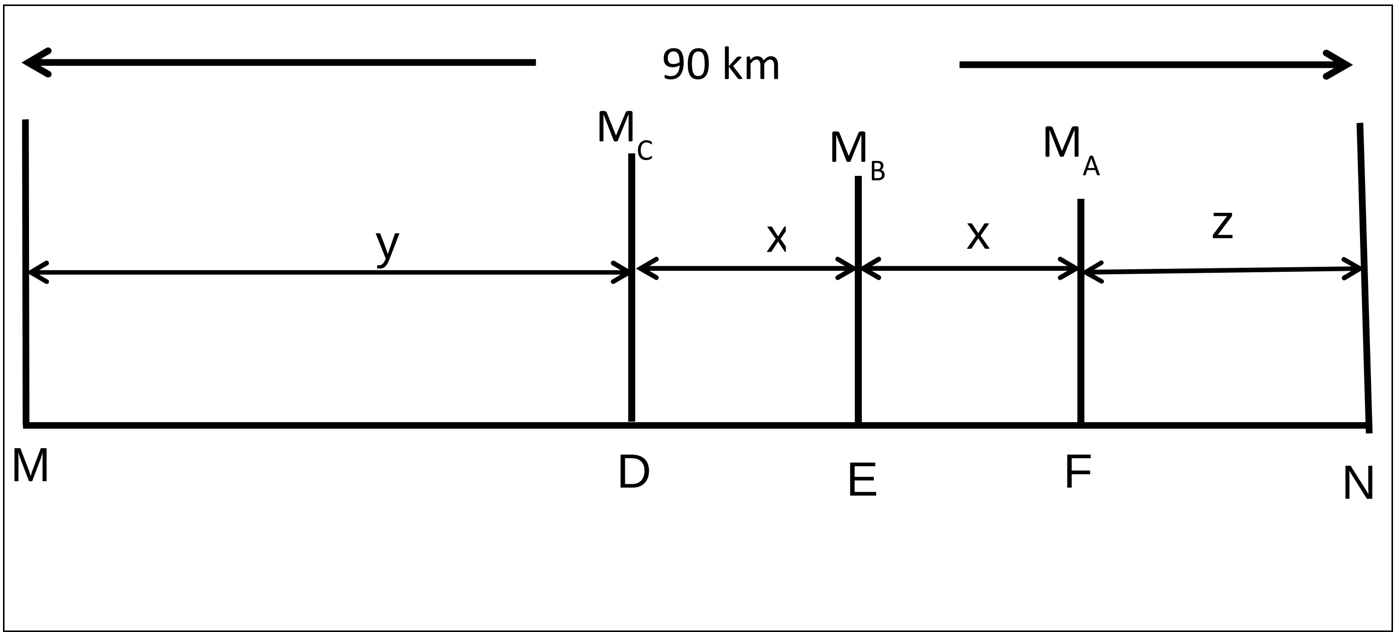
$$t = \frac{y}{5} \quad ecuación\ 5$$

$$\mathbf{t} = \frac{45}{5} = \boldsymbol{9\ horas}$$

Pregunta B) tiempo que debe transcurrir para que B equidiste de A y C:

Este apartado lo he resuelto de dos formas por intentar clarificarlo más.

<u>Esta 1º forma es más rápida e intuitiva.</u>



Sea MF la distancia que recorre A: y+2x

Sea ME la distancia que recorre B: y+x

Sea ND la distancia que recorre C: z+2x

Estas distancias las recorren en el mismo tiempo t, Aplicando la fórmula: v=e/t, tenemos:

Móvil A:

$$V_a = \frac{\mathrm{y + 2x}}{\mathrm{t}}$$

$$6 = \frac{\mathrm{y + 2x}}{\mathrm{t}}$$

$$\mathrm{t} = \frac{\mathrm{y + 2x}}{6} \quad ecuación\ 1$$

Móvil B:

$$V_b = \frac{\mathrm{y + x}}{\mathrm{t}}$$

$$5 = \frac{\mathrm{y + x}}{\mathrm{t}}$$

$$\mathrm{t} = \frac{\mathrm{y + x}}{5} \quad ecuación\ 2$$

Móvil C:

$$V_c = \frac{\mathrm{z + 2x}}{\mathrm{t}}$$

$$3 = \frac{\mathrm{z + 2x}}{\mathrm{t}}$$

$$\mathrm{t} = \frac{\mathrm{z + 2x}}{3} \quad ecuación\ 3$$

Por tanto, ahora igualamos la ecuación 1 con la 2; y con la 3

$$\frac{\mathrm{y + 2x}}{6} = \frac{\mathrm{y + x}}{5} \quad ecuación\ 4$$

$$\frac{\mathrm{y + 2x}}{6} = \frac{\mathrm{z + 2x}}{3} \quad ecuación\ 5$$

Operando sobre la ecuación 4 tenemos.

$$5(\mathrm{y + 2x}) = 6(\mathrm{y + x})$$

$$10x + 5y = 6x + 6y$$

$$10x - 6x = 6y - 5y$$

$$4x = y \ \text{ecuación } 6$$

Operando sobre la ecuación 5 tenemos:

$$\frac{y + 2x}{3.2} = \frac{z + 2x}{3}$$

$$\frac{y + 2x}{2} = z + 2x$$

$$y + 2x = 2(z + 2x)$$

$$y + 2x = 2z + 4x$$

$$y = 2z + 4x - 2x$$

$$y = 2z + 2x \ ecuación\ 7$$

Igualando las ecuaciones 6 y 7:

$$4x = 2z + 2x$$

$$4x - 2x = 2z$$

$$2x = 2z$$

$$x = z \ \ ecuación\ 8$$

Por otra parte, sabemos que:

$$90 = \ 2x + y + z \ ecuación\ 9$$

Sustituyendo el valor de y de la ecuación 6, y el valor de z de la ecuación 8 por el valor de x en la ecuación 9, tenemos:

$$90 = \ 2x + 4x + x$$

$$7x = \ 90$$

$$x = \ \frac{90}{7}\ km$$

Para calcular el tiempo sustituimos el valor de x en la ecuación 3

$$t = \frac{z + 2x}{3} \quad ecuación\ 3$$

$$t = \frac{z + 2x}{3} = \frac{\frac{90}{7} + 2\,\frac{90}{7}}{3} = \frac{\frac{90}{7} + \frac{180}{7}}{3} = \frac{90 + 180}{21} = \frac{270}{21}$$

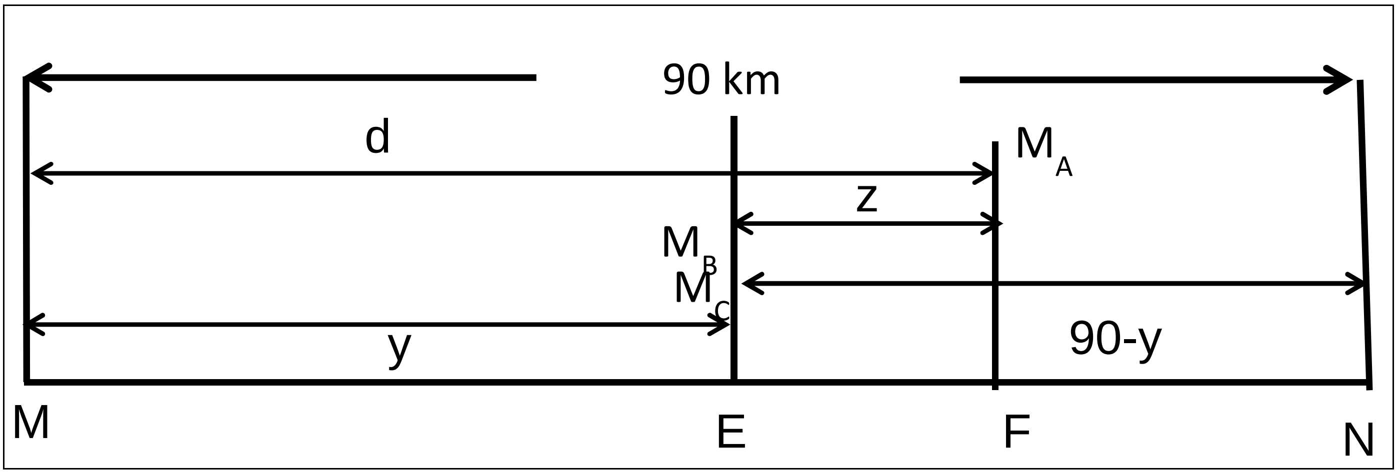
$$\boldsymbol{t} = 12{,}857\ horas = \mathbf{12}\boldsymbol{h}\ \mathbf{51'25''}$$

Por tanto, el móvil B estará equidistante de A y C a las $\mathbf{12}\boldsymbol{h}\ \mathbf{51'25''}$

de iniciar los tres móviles el movimiento.

<u>Esta segunda forma es algo más compleja, pero interesante por ser otra manera de resolverlo.</u>

Paso 1: Vamos a calcular primero situación del Móvil A cuando B y C se encuentran; y el tiempo empleado en llegar a esas posición y que después nos servirá de base para calcular el tiempo que debe transcurrir para que B equidiste de A y C como pide la pregunta B.



Sea ME la distancia que recorre el móvil B hasta que llega a coincidir con el móvil C: y

Sea NE la distancia que recorre el móvil C hasta que llega a coincidir con el móvil B: 90-y

Sea MF la distancia que recorre el móvil A cuando el B y C n coincidido

Aplicamos la fórmula v=e/t

Móvil B:

$$V_b = \frac{\mathrm{y}}{\mathrm{t}}$$

$$5 = \frac{\mathrm{y}}{\mathrm{t}}\ ecuación\ 1$$

Móvil C:

$$V_c = \frac{90 - \mathrm{y}}{\mathrm{t}}$$

$$3 = \frac{90 - \mathrm{y}}{\mathrm{t}}\ ecuación\ 2$$

Los dos móviles recorren esas distancias en el mismo tiempo

Despejamos t, e igualamos la ecuación 1 y 2:

$$\mathrm{t} = \frac{\mathrm{y}}{5}$$

$$\mathrm{t} = \frac{90 - \mathrm{y}}{3}$$

Igualamos en t

$$\frac{\mathrm{y}}{5} = \frac{90 - \mathrm{y}}{3}$$

Operando:

$$3\mathrm{y} = 5(90 - \mathrm{y})$$

$$3\mathrm{y} = 450 - 5\mathrm{y}$$

$$3\mathrm{y} + 5\mathrm{y} = 450$$

$$8\mathrm{y} = 450$$

$$y = \frac{450}{8} = 56{,}25\ km$$

El tiempo empleado será:

$$t = \frac{y}{5} = \frac{56,25}{5} = 11,25\ horas$$

Por tanto, el móvil B y C coinciden a las 11, 25 horas

Para ese tiempo el móvil A habrá recorrido la distancia MF: d

$$V_a = \frac{y}{t}$$

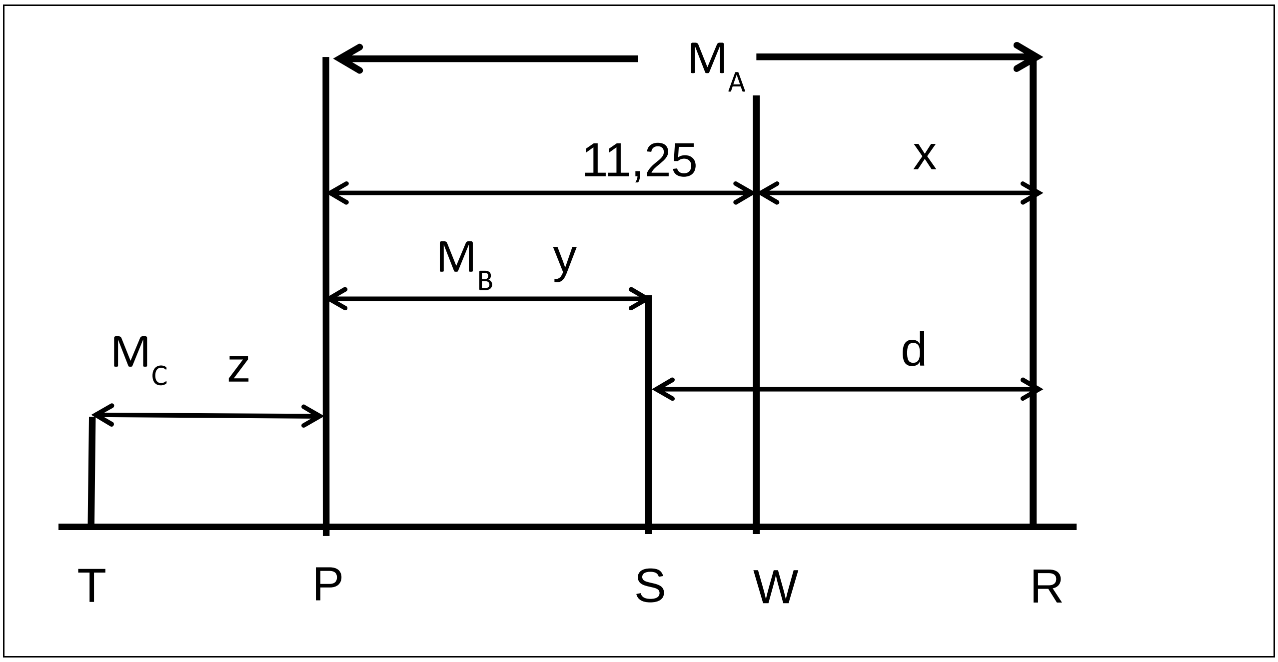
$$d = V_a t = 6.11,25 = 67,5\ km$$

Por tanto respecto del punto E donde coinciden B y C, A lo habrá sobre pasado una distancia z:

$$z = 67,5 - 56,25 = 11,25\ \mathrm{km}$$

Ahora vamos a calcular la pregunta B; el tiempo que debe transcurrir para que B equidiste de A y C.

Esto quiere decir que B debe estar entre A y C y a la misma distancia de ambos, veamos el croquis partiendo, en este caso del punto de coincidencia de B y C, punto P



Para que B sea equidistante de C y A, tiene que cumplirse que:

La distancia ST: y+z

Sea igual a la distancia: SR: 11,25+x-y, luego:

$$y + z = 11{,}25 + x - y$$

$$11{,}25 + x = z + 2y \quad \mathit{ecuación}\ 1$$

Por otra parte, el tiempo t que el móvil A emplea en recorrer la distancia x (WR) es el mismo que el móvil B emplea en recorrer la distancia y (PS); y el móvil C la distancia z (PT), por tanto;

Móvil A:

$$V_a = \frac{x}{t}$$

$$6 = \frac{x}{t}$$

$$x = 6t \quad \mathit{ecuación}\ 2$$

Móvil B:

$$V_b = \frac{y}{t}$$

$$5 = \frac{y}{t}$$

$$y = 5t \quad \text{ecuación } 3$$

Móvil C:

$$V_c = \frac{z}{t}$$

$$3 = \frac{z}{t}$$

$$z = 3t \quad \mathit{ecuación}\ 4$$

Sustituyendo los valores de x, y, z de las ecuaciones 2, 3 y 4 en la ecuación 1, tenemos:

$$11{,}25 + x = z + 2y \quad \mathit{ecuación}\ 1$$

$$11{,}25 + 6t = 3t + 2(5t)$$

$$11{,}25 + 6t = 3t + 10t$$

$$13t - 6t = 11{,}25$$

$$7t = 11{,}25$$

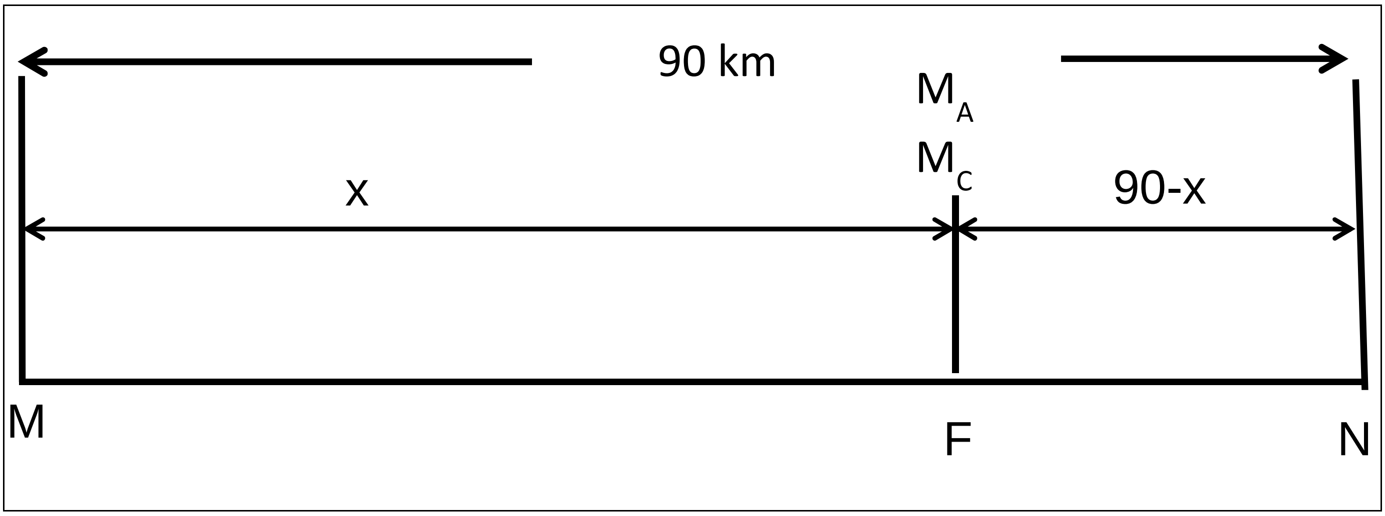
$$t = \frac{11{,}25}{7} = 1{,}607\ horas$$

Como llevaban recorridas 11,25 desde que salieron de sus respectivos puntos de origen, B se encontrará equidistante de A y C a las:

$$\mathbf{T} = 11{,}25 + 1{,}607 = 12{,}857\ horas = \boldsymbol{12\ h\ 51'\ 25''\ aprox}$$

Pregunta c) tiempo que transcurre cuando A se cruce con C:

Paso 1: Hacer un croquis de la pregunta C)



Planteamiento:

Sea MF la distancia que recorre el móvil A: x

Sea NF la distancia que recorre el móvil B: 90-x

Ambas distancias MF y NF, la recorren en el mismo tiempo t:

Aplicando: v=e/t; tendremos:

Móvil A

$$V_a = \frac{x}{t}$$

$$6 = \frac{x}{t}$$

$$\mathrm{t} = \frac{\mathrm{x}}{6} \;\; ecuación\ 1$$

Móvil C

$$V_c = \frac{90 - \ \mathrm{x}}{\mathrm{t}}$$

$$3 = \frac{90 - \mathrm{x}}{\mathrm{t}}$$

$$\mathrm{t} = \frac{90 - \mathrm{x}}{3} \; ecuación\ 2$$

Como el tiempo empleado es el mismo, igualamos las ecuaciones 1 y 2:

$$\frac{\mathrm{x}}{6} = \frac{90 - \mathrm{x}}{3}$$

$$\frac{\mathrm{x}}{2} = 90 - \mathrm{x}$$

$$\mathrm{x} = 2(90 - \mathrm{x})$$

$$\mathrm{x} = 180 - 2x$$

$$\mathrm{x} + 2\mathrm{x} = 180$$

$$3\mathrm{x} = 180$$

$$x = \frac{180}{3} = 60\ km$$

Sustituimos su valor en la ecuación 1, y tendremos el tiempo que ha pasado hasta que se encuentran:

$$\mathrm{t} = \frac{\mathrm{x}}{6} \;\; ecuación\ 1$$

$$\mathbf{t} = \frac{60}{6} \; = \mathbf{10}\ \boldsymbol{horas\ tanscurrirán\ \ para\ que\ A\ y\ C\ se\ encuentren}$$