FRACCIONES

Problema 54:

Simplifica la fracción:

$$\frac{\left(\frac{1}{a+b}+\frac{2b}{a^2-b^2}\right)\left(\frac{a}{a-b}+\frac{3}{a+b}-\frac{2ab}{a^2-b^2}\right)}{\frac{4a}{b}-\frac{a-b}{a+b}+\frac{a+b}{a-b}}$$

Solución Problema 54:

$$\frac{\left(\frac{1}{a+b}+\frac{2b}{a^2-b^2}\right)\left(\frac{a}{a-b}+\frac{3}{a+b}-\frac{2ab}{a^2-b^2}\right)}{\frac{4a}{b}-\frac{a-b}{a+b}+\frac{a+b}{a-b}}$$

En el numerador:

$$m.c.m\ \ de\ (a+b)\ y\ a^2-b^2 = \ a^2-b^2; ya\ que\ a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$m.c.m\ de\ \ (a-b);\ (a+b)\ y\ a^2-b^2 = \ a^2-b^2; ya\ que\ a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$$

En el denominador:

$$m.c.m\ de\ \ b(a+b)\ y\ (a-b) = \ b(a^2-b^2); ya\ que\ a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$\frac{\left(\frac{a-b+2b}{a^2-b^2}\right)\left(\frac{a(a+b)+3a(a-b)-2ab}{a^2-b^2}\right)}{\frac{4a(a^2-b^2)-b(a-b)^2+b(a+b)^2}{b(a^2-b^2)}}$$

$$\frac{\frac{(a-b+2b)[(a^2+ab)+(3a^2-3ab)-2ab}{(a^2-b^2)^2}}{\frac{4a(a^2-b^2)-b(a-b)^2+b(a+b)^2}{b(a^2-b^2)}}=$$

$$\frac{\frac{(a-b+2b)[(a^2+ab)+(3a^2-3ab)-2ab}{(a^2-b^2)}}{\frac{4a(a^2-b^2)-b(a-b)^2+b(a+b)^2}{b}}=$$

$$=\frac{(a+b)(a^2+ab+3a^2-3ab-2ab)b}{(a^2-b^2)[4a(a^2-b^2)-b(a-b)^2+b(a+b)^2]}=$$

$$=\frac{(a+b)(4a^2-4ab)b}{(a+b)(a-b)[4a(a^2-b^2)-b(a-b)^2+b(a+b)^2]}=$$

$$=\frac{\cancel{(a+b)}[4a(a-b)]b}{\cancel{(a+b)}(a-b)[4a(a^2-b^2)-b(a-b)^2+b(a+b)^2]}=$$

$$=\frac{[4a\cancel{(a-b)}]b}{\cancel{(a-b)}[4a(a^2-b^2)-b(a-b)^2+b(a+b)^2]}=$$

$$=\frac{4ab}{[4a(a^2-b^2)-b(a^2+b^2-2ab)+b(a^2+b^2+2ab)]}$$

$$= \frac{4ab}{[4a(a^2 - b^2) - a^2b - b^3 + 2ab^2 + a^2b + b^3 + 2ab^2]}$$

$$= \frac{4ab}{[4a(a^2 - b^2) + 4ab^2]} = \frac{\cancel{4a}b}{\cancel{4a}[(a^2 - b^2) + b^2]} =$$

$$\frac{b}{a^2 - b^2 + b^2} = \boldsymbol{\frac{b}{a^2}}$$