

PROBLEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Problema 80:

Resolver la siguiente ecuación:

$$\frac{x}{(x-2)(x-3)} : \frac{1}{x^2-x-2} + \frac{1}{x^2-5x+6} - \frac{1}{x^2-2x-3}$$

Solución Problema 80:

$$\frac{x}{(x-2)(x-3)} : \frac{1}{x^2-x-2} + \frac{1}{x^2-5x+6} - \frac{1}{x^2-2x-3}$$

Para resolver esta ecuación primero vamos hacer la descomposición en factores de los tres trinomios, y a continuación hallaremos el m.c.m. de los denominadores para reducir ambos términos de la ecuación a común denominador.

$$x^2 - x - 2 = 0 \text{ ecuación 1}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{1-3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

Por tanto, la ecuación 1 la podemos expresar como:

$$x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \text{ ecuación 2}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{5 - 1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Por tanto, la ecuación 2 la podemos expresar como:

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \text{ ecuación 3}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{2 - 4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

Por tanto, la ecuación 3 la podemos expresar como:

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$$

Así , la ecuación inicial:

$$\frac{x}{(x - 2)(x - 3)} : \frac{1}{x^2 - x - 2} + \frac{1}{x^2 - 5x + 6} - \frac{1}{x^2 - 2x - 3}$$

La podemos expresar como:

$$\frac{x}{(x - 2)(x - 3)} : \frac{1}{(x - 2)(x + 1)} + \frac{1}{(x - 3)(x - 2)} - \frac{1}{(x - 3)(x + 1)} \text{ ecuación 4}$$

Ahora calculamos el mcm:

$$m.c.m = (x - 2)(x + 1)(x - 3)$$

A continuación reducimos a común denominador el 2º término de la ecuación 4:

$$\frac{x}{(x - 2)(x - 3)} : \frac{(x - 3) + (x + 1) - (x - 2)}{(x - 2)(x + 1)(x - 3)}$$

A continuación efectuamos la división de fracciones:

$$\frac{x(\cancel{x-2})(x+1)(\cancel{x-3})}{(\cancel{x-2})(\cancel{x-3})[(x-3) + (x+1) - (x-2)]}$$

$$\frac{x(x+1)}{(x-3) + (x+1) - (x-2)}$$

$$\frac{x(x+1)}{x-3+x+1-x+2}$$

$$\frac{x(x+1)}{x-\cancel{3}+x+\cancel{3}-x}$$

$$\frac{x(x+1)}{x} = \mathbf{x+1}$$