PROBLEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Problema 73:

Resolver:

$$\frac{2+2\mathrm{x}}{9x^2-4}-\frac{\mathrm{x}-2}{9x^2+12x+4}=\frac{\mathrm{x}+4}{9x^2-4}$$

Solución Problema 73:

$$\frac{2+2\mathrm{x}}{9x^2-4}-\frac{\mathrm{x}-2}{9x^2+12x+4}=\frac{\mathrm{x}+4}{9x^2-4}\ \text{ecuación 1}$$

Para ello pasamos el 2º elemento del primer miembro al otro lado de la igualdad, y el 2º miembro de la ecuación al otro lado de la igualdad quedando:

$$\frac{2+2\mathrm{x}}{9x^2-4}-\frac{\mathrm{x}+4}{9x^2-4}=\frac{\mathrm{x}-2}{9x^2+12x+4}$$

El primer miembro como tiene el mismo denominador podemos restar los numeradores:

$$\frac{2+2\mathrm{x}-\mathrm{x}-4}{9x^2-4}=\frac{\mathrm{x}-2}{9x^2+12x+4}$$

Operando:

$$\frac{\mathrm{x}-2}{9x^2-4}=\frac{\mathrm{x}-2}{9x^2+12x+4}\ \text{ecuación 2}$$

Al ser una igualdad multiplicamos en cruz, pero como tienen el mismo numerador, podemos simplificarlo y nos queda

$$9x^2+12x+4=9x^2-4$$

Operando tenemos:

$$12x+4=-4$$

$$12x=-8$$

$$\mathbf{x} = \frac{-8}{12} = \frac{\mathbf{-2}}{\mathbf{3}} \ \textbf{solución no válida}$$

Al sustituir el valor de x en la ecuación 1, tenemos:

$$\frac{2+2\mathrm{x}}{9x^2-4} - \frac{\mathrm{x}-2}{9x^2+12x+4} = \frac{\mathrm{x}+4}{9x^2-4} \ \text{ecuación 1}$$

$$\frac{2+2(\frac{-2}{3})}{9(\frac{-2}{3})^2-4} - \frac{(\frac{-2}{3})-2}{9(\frac{-2}{3})^2+12(\frac{-2}{3})+4} = \frac{(\frac{-2}{3})+4}{9(\frac{-2}{3})^2-4}$$

Luego los denominadores se anulan

$$\frac{2+2(\frac{-2}{3})}{9\mathrm{x}\frac{4}{9}-4} - \frac{(\frac{-2}{3})-2}{9\mathrm{x}\frac{4}{9}-12(\frac{2}{3})+4} = \frac{(\frac{-2}{3})+4}{9\mathrm{x}\frac{4}{9}-4}$$

$$\frac{2+2(\frac{-2}{3})}{4-4} - \frac{(\frac{-2}{3})-2}{4-8+4} = \frac{(\frac{-2}{3})+4}{4-4}$$

Por tanto es una indeterminación ya que una cantidad cualquiera dividida por cero es infinito.

Por tanto, quiere decir que en la ecuación 2, al simplificar los numeradores hemos quitado la solución de la ecuación de 2º grado que es válida.

Vamos a verlo, y para ello partimos de la ecuación 2:

$$\frac{\mathrm{x}-2}{9x^2-4} = \frac{\mathrm{x}-2}{9x^2+12x+4} \ \text{ecuación 2}$$

Multiplicamos en cruz sin simplificar ningún término

$$(\mathrm{x}-2)(9x^2+12x+4) = (\mathrm{x}-2)(9x^2-4)$$

Pasamos todo al primer miembro:

$$(\mathrm{x}-2)(9x^2+12x+4) - (\mathrm{x}-2)(9x^2-4) = 0$$

Sacamos factor común (x-2)

$$(\mathrm{x}-2)[(9x^2+12x+4)-(9x^2-4)]=0 \quad ecuación\ 3$$

Por tanto si un producto de dos términos es igual a cero, o lo es uno o lo es el otro, luego:

$$(\mathrm{x}-2)=0$$

$$\mathbf{x}=\mathbf{2}\ \ \boldsymbol{soluci}\text{ó}\boldsymbol{n}\ \boldsymbol{v}\text{á}\boldsymbol{lida}$$

$$[(9x^2+12x+4)-(9x^2-4)]=0$$

$$9x^2+12x+4-9x^2+4=0$$

$$12x=-8$$

$$\mathbf{x}=\frac{-8}{12}=\frac{\mathbf{-2}}{\mathbf{3}}\ \mathbf{soluci}\text{ó}\mathbf{n\ no\ v}\text{á}\mathbf{lida}$$

También se llega a las mismas soluciones resolviendo la ecuación de 2º grado partiendo de la ecuación 3

$$(\mathrm{x}-2)[(9x^2+12x+4)-(9x^2-4)]=0 \quad ecuación\ 3$$

$$(\mathrm{x}-2)[9x^2+12x+4-9x^2+4]=0$$

$$(\mathrm{x}-2)[12x+8]=0$$

$$12x^2-24x+8x-16=0$$

$$12x^2-16x-16=0$$

$$3x^2-4x-4=0$$

$$\mathrm{x}=\frac{4\pm\sqrt{4^2+4x3x4}}{6}=\frac{4\pm\sqrt{16+48}}{6}=\frac{4\pm\sqrt{64}}{62}=\frac{4\pm 8}{6}$$

$$\boldsymbol{x_1}=\frac{4+8}{6}=2\ \ \text{solución válida}$$

$$\boldsymbol{x_2} = \frac{4-8}{6} = \frac{-2}{3} \quad \text{solución no válida}$$