

## PROBLEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

### Problema 7:

Dada la ecuación  $4x^2+37x+9=0$ , escribe otra ecuación de segundo grado que tenga por raíces la media aritmética y la media geométrica de las raíces de la ecuación dada.

### Solución Problema 7:

Paso 1:

Resolvemos la ecuación de 2º grado  $4x^2+37x+9=0$  para obtener las raíces

$$x = \frac{-37 \pm \sqrt{37^2 + 4 \cdot 4 \cdot 9}}{2 \cdot 4} = \frac{-37 \pm \sqrt{1369 - 144}}{8} = \frac{-37 \pm \sqrt{1225}}{8}$$

$$x = \frac{-37 \pm 35}{8}$$

$$x_1 = \frac{-37 + 35}{8} = \frac{-2}{8} = \frac{-1}{4}$$

$$x_2 = \frac{-37 - 35}{8} = \frac{-72}{8} = -9$$

Paso 2

Calculamos la media aritmética y geométrica de las raíces:

Media aritmética, en este caso, es la suma de las dos raíces dividida entre dos:

$$x = \frac{\frac{-1}{4} - 9}{2} = \frac{\frac{-1 - 36}{4}}{2} = \frac{-37}{8}$$

Media geométrica, en este caso, es la raíz cuadrada del producto de las dos raíces:

$$x = \sqrt{\left(\frac{-1}{4}\right)x(-9)} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

Paso 3: Se obtiene la nueva ecuación de dos formas diferentes:

Forma 1:

Aplicando la relación entre raíces y coeficientes tenemos:

Suma de raíces:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$\frac{-b}{a} = \frac{-37}{8} + \frac{3}{2} = \frac{-37+12}{8} = \frac{-25}{8}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{25}{8}$$

Producto de raíces:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{-37}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{-111}{16}$$

Sabemos que el trinomio de la forma  $ax^2 + bx + c = 0$  puede expresarse:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Luego sustituyendo los valores obtenidos de la suma y multiplicación de raíces tenemos:

$$x^2 + \frac{25}{8}x - \frac{111}{16} = 0$$

Quitando denominadores tenemos:

$$16x^2 + 50x - 111 = 0$$

que es la ecuación pedida

Forma 2:

Mediante la factorización:

$$\left(x + \frac{37}{8}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right) = 0$$

Llegándose a la misma ecuación:

$$x^2 + \frac{37}{8}x - \frac{3}{2}x - \frac{111}{16} = 0$$

$$16x^2 + 74x - 24x - 111 = 0$$

$$16x^2 + 50x - 111 = 0$$

Comprobación problema :

$$16x^2 + 50x - 111 = 0$$

$$x = \frac{-50 \pm \sqrt{50^2 + 4 \times 16 \times 111}}{2 \times 16} = \frac{-50 \pm \sqrt{2500 + 7104}}{32} = \frac{-50 \pm \sqrt{9604}}{32}$$

$$x = \frac{-50 \pm 98}{32}$$

$$x_1 = \frac{-50 + 98}{32} = \frac{48}{32} = \frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{-50 - 98}{32} = \frac{-148}{32} = \frac{-37}{8}$$