PROBLEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Problema 63:

Resolver

$$(\mathrm{x}-0,[1])^2-(\mathrm{x}+0,[2])^2+(\mathrm{x}+0,[3])^2=0,[185]$$

Solución Problema 63:

$$(\mathrm{x}-0,[1])^2-(\mathrm{x}+0,[2])^2+(\mathrm{x}+0,[3])^2=0,[185]$$

A continuación vamos a calcular los números expresados con fracciones periódicas como la suma ilimitada de una progresión geométrica, mediante la aplicación de la fórmula:

$$S_n=\frac{a_1}{1-r}$$

Para 0,[1]:

$$\mathrm{f}=0,[1]=0{,}111111\ldots=0{,}1+0{,}01+0{,}001+\cdots$$
$$=\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\cdots$$

La razón será:

$$\mathrm{r}=\frac{r_2}{r_1}=\frac{\frac{1}{100}}{\frac{1}{10}}=\frac{1}{10}$$

Luego su suma será:

$$S_n=\frac{a_1}{1-r}$$

$$\boldsymbol{S_n}=\frac{\frac{1}{10}}{1-\frac{1}{10}}=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{9}{10}}=\boldsymbol{\frac{1}{9}}$$

Para 0,[2]:

$$\mathrm{f} = 0,[2] = 0{,}222222\ldots = 0{,}2 + 0{,}02 + 0{,}002 + \cdots$$
$$= \frac{2}{10} + \frac{2}{100} + \frac{2}{1000} + \cdots = \frac{1}{5} + \frac{1}{50} + \frac{1}{500} + \cdots$$

La razón será:

$$\mathrm{r} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\frac{1}{50}}{\frac{1}{5}} = \frac{1}{10}$$

Luego su suma será:

$$S_n = \frac{a_1}{1-r}$$

$$\boldsymbol{S_n} = \frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{10}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{9}{10}} = \frac{10}{45} = \boldsymbol{\frac{2}{9}}$$

Para 0,[3]:

$$\mathrm{f} = 0,[3] = 0{,}333333\ldots = 0{,}3 + 0{,}03 + 0{,}003 + \cdots$$
$$= \frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \cdots$$

La razón será:

$$\mathrm{r} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\frac{3}{100}}{\frac{3}{10}} = \frac{1}{10}$$

Luego su suma será:

$$S_n = \frac{a_1}{1-r}$$

$$\boldsymbol{S_n} = \frac{\frac{3}{10}}{1-\frac{1}{10}} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{9}{10}} = \frac{3}{9} = \boldsymbol{\frac{1}{3}}$$

Para 0,[185]:

$$\mathrm{f} = 0,[185] = 0{,}185185185\,...$$
$$= 0{,}185 + 0{,}000185 + 0{,}000000185 + \cdots$$
$$= \frac{185}{1000} + \frac{185}{1000000} + \frac{185}{1000000000} + \cdots$$

La razón será:

$$\mathrm{r} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\frac{185}{1000000}}{\frac{185}{1000}} = \frac{1}{1000}$$

Luego su suma será:

$$S_n = \frac{a_1}{1 - r}$$

$$\boldsymbol{S_n} = \frac{\frac{185}{1000}}{1 - \frac{1}{1000}} = \frac{\frac{185}{1000}}{\frac{999}{1000}} = \boldsymbol{\frac{185}{999}}$$

Luego la ecuación:

$$(\mathrm{x} - 0,[1])^2 - (\mathrm{x} + 0,[2])^2 + (\mathrm{x} + 0,[3])^2 = 0,[185]$$

queda:

$$\left(\mathrm{x} - \frac{1}{9}\right)^2 - \left(\mathrm{x} + \frac{2}{9}\right)^2 + \left(\mathrm{x} + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{185}{999}$$

$$x^2 + \frac{1}{81} - \frac{2\mathrm{x}}{9} - \left(x^2 + \frac{4}{81} + \frac{4\mathrm{x}}{9}\right) + x^2 + \frac{1}{9} + \frac{2\mathrm{x}}{3} = \frac{185}{999}$$

$$x^2 + \frac{1}{81} - \frac{2\mathrm{x}}{9} - x^2 - \frac{4}{81} - \frac{4\mathrm{x}}{9} + x^2 + \frac{1}{9} + \frac{2\mathrm{x}}{3} = \frac{185}{999}$$

$$x^2 - \mathrm{x}\left(\frac{2}{9} + \frac{4}{9} - \frac{2}{3}\right) + \frac{1}{81} - \frac{4}{81} + \frac{1}{9} = \frac{185}{999}$$

$$x^2 - \mathrm{x}\left(\frac{6}{9} - \frac{2}{3}\right) - \frac{3}{81} + \frac{1}{9} = \frac{185}{999}$$

$$x^2 + \frac{6}{81} = \frac{185}{999}$$

$$x^2 = \frac{185}{999} - \frac{6}{81} = \frac{185\text{x}81 - 6\text{x}999}{999x81} = \frac{8991}{80919} = \frac{1}{9}$$

$$\mathbf{x} = \pm\sqrt{\frac{1}{9}} = \pm\ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$$

También pueden calcularse los números expresados como fracciones periódicas en fracciones ordinarias:

Para

$$\mathrm{f} = 0,[1]$$

$$\mathrm{f} = 0{,}111111 \ldots$$

$$10\mathrm{f} = 1{,}111111 \ldots$$

$$10\mathrm{f} - \mathrm{f} = 1{,}111111 \ldots - 0{,}111111 \ldots$$

$$9\mathrm{f} = 1$$

$$\mathbf{f} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{9}}$$

Para

$$\mathrm{f} = 0,[2]$$

$$\mathrm{f} = 0{,}222222 \ldots$$

$$10\mathrm{f} = 2{,}222222 \ldots$$

$$10\mathrm{f} - \mathrm{f} = 2{,}222222 \ldots - 0{,}222222 \ldots$$

$$9\mathrm{f} = 2$$

$$\mathbf{f} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{9}}$$

Para

$f = 0,[3]$

$f = 0,333333 \ldots$

$10f = 3,333333 \ldots$

$10f - f = 3,333333 \ldots - 0,333333 \ldots$

$9f = 3$

$\mathbf{f} = \frac{3}{9} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$

Para

$f = 0,[185]$

$f = 0,185185185 \ldots$

$1000f = 185,185185185 \ldots$

$1000f - f = 185,185185185 \ldots - 0,185185185 \ldots$

$999f = 185$

$\mathbf{f} = \frac{\mathbf{185}}{\mathbf{999}}$

Luego la ecuación:

$(x - 0,[1])^2 - (x + 0,[2])^2 + (x + 0,[3])^2 = 0,[185]$

queda:

$(x - \frac{1}{9})^2 - (x + \frac{2}{9})^2 + (x + \frac{1}{3})^2 = \frac{185}{999}$

El resto se resuelve igual