

## PROBLEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Problema 60:

Se dan las ecuaciones

$$x^2 - 5x + k = 0$$

$$x^2 - 7x + 2k = 0$$

y se quiere calcular  $k$  de tal manera que una de las dos raíces de la segunda sea el doble de una de las de la primera.

Solución Problema 60:

Sea  $x_{11}$  y  $x_{12}$  las soluciones de la primera ecuación.

Sea  $x_{21}$  y  $x_{22}$  las soluciones de la segunda ecuación.

Como el enunciado nos dice que una de las dos raíces de la segunda sea el doble de una de las de la primera, tenemos:

$$x_{21} = 2x_{11}$$

En la primera ecuación:

$$x^2 - 5x + k = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4k}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4k}}{2}$$

$$x_{11} = \frac{5 + \sqrt{25 - 4k}}{2}$$

$$x_{12} = \frac{5 - \sqrt{25 - 4k}}{2}$$

En la segunda ecuación:

$$x^2 - 7x + 2k = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 8k}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 8k}}{2}$$

**PROBLEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO: Problema 60**

$$x_{21} = \frac{7 + \sqrt{49 - 8k}}{2}$$

$$x_{22} = \frac{7 - \sqrt{49 - 8k}}{2}$$

Como el enunciado nos dice que una de las dos raíces de la segunda sea el doble de una de las de la primera, tenemos:

$$x_{21} = 2x_{11}$$

$$\frac{7 + \sqrt{49 - 8k}}{2} = 2\left(\frac{5 + \sqrt{25 - 4k}}{2}\right)$$

$$7 + \sqrt{49 - 8k} = 10 + 2\sqrt{25 - 4k}$$

$$\sqrt{49 - 8k} - 2\sqrt{25 - 4k} = 10 - 7 = 3$$

$$\sqrt{49 - 8k} - 2\sqrt{25 - 4k} = 3$$

$$(\sqrt{49 - 8k} - 2\sqrt{25 - 4k})^2 = 3^2$$

$$49 - 8k + 4(25 - 4k) - 4\sqrt{(49 - 8k)(25 - 4k)} = 9$$

$$-4\sqrt{(49 - 8k)(25 - 4k)} = 24k - 140$$

$$-\sqrt{(49 - 8k)(25 - 4k)} = 6k - 35$$

$$(-\sqrt{(49 - 8k)(25 - 4k)})^2 = (6k - 35)^2$$

$$(49 - 8k)(25 - 4k) = 36k^2 + 1225 - 420k$$

$$1225 - 200k - 196k + 32k^2 = 36k^2 + 1225 - 420k$$

$$4k^2 - 24k = 0$$

$$4k(k - 6) = 0$$

$k = 0$  solución no válida

ó

$k = 6$  solución válida

Comprobación:

$$k = 0$$

$$x^2 - 5x + k = 0$$

$$x^2 - 7x + 2k = 0$$

Sustituimos el valor de k en las dos ecuaciones:

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x(x - 5) = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 5$$

$$x^2 - 7x = 0$$

$$x(x - 7) = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 7$$

Luego para  $k=0$  no se cumple la condición

Comprobación:

$$k = 6$$

$$x^2 - 5x + k = 0$$

$$x^2 - 7x + 2k = 0$$

Sustituimos el valor de k en las dos ecuaciones:

$$x^2 - 5x + k = 0$$

$$x^2 - 7x + 2k = 0$$

Resolvemos ambas ecuaciones:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_{11} = \frac{5 + 1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_{12} = \frac{5 - 1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 12}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2}$$

$$x_{21} = \frac{7 + 1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_{22} = \frac{7 - 1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Luego

$$x_{21} = 2x_{12}$$