PROBLEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Problema 56:

Hallar el valor de la siguiente expresión:

$$\frac{\mathrm{a(a+c)+b(c-b)}}{\mathrm{c(a+c)+b(a-b)}}$$

Solución Problema 56:

$$\frac{\mathrm{a(a+c)+b(c-b)}}{\mathrm{c(a+c)+b(a-b)}} = \frac{a^2+\mathrm{ac}+\mathrm{bc}-b^2}{\mathrm{ac}+c^2+\mathrm{ab}-b^2}$$

Resolvemos el polinomio del numerador como una ecuación de segundo grado en "a"

$$a^2+\mathrm{ac}+\mathrm{bc}-b^2$$

$$\mathrm{a} = \frac{-\mathrm{c} \pm \sqrt{\mathrm{c}^2-4(bc-b^2)}}{2} = \frac{-\mathrm{c} \pm \sqrt{\mathrm{c}^2-4bc+4b^2}}{2} =$$

$$\frac{-\mathrm{c} \pm \sqrt{(\mathrm{c}-2\mathrm{b})^2}}{2} = \frac{-\mathrm{c} \pm (\mathrm{c}-2\mathrm{b})}{2} =$$

$$a_1 = \frac{-\mathrm{c}+\mathrm{c}-2\mathrm{b}}{2} = \frac{-2\mathrm{b}}{2} = -\mathrm{b}$$

$$a_2 = \frac{-\mathrm{c}-\mathrm{c}+2\mathrm{b}}{2} = \frac{-2\mathrm{c}+2\mathrm{b}}{2} = -\mathrm{c}+\mathrm{b} = \mathrm{b}-\mathrm{c}$$

Luego polinomio

$$a^2+\mathrm{ac}+\mathrm{bc}-b^2$$

puede descomponerse factorialmente:

$$\boldsymbol{a^2+\mathbf{ac}+\mathbf{bc}-b^2 = (a+b)[a-(b-c)]}$$

Resolvemos el polinomio del denominador como una ecuación de segundo grado en "c"

$$\mathrm{ac} + c^2 + \mathrm{ab} - b^2 = c^2 + \mathrm{ac} + \mathrm{ab} - b^2$$

$$\mathrm{c} = \frac{-\mathrm{a} \pm \sqrt{\mathrm{a}^2 - 4(ab - b^2)}}{2} = \frac{-\mathrm{a} \pm \sqrt{\mathrm{c}^2 - 4ab + 4b^2}}{2} =$$

$$= \frac{-\mathrm{a} \pm \sqrt{(\mathrm{a} - 2\mathrm{b})^2}}{2} = \frac{-\mathrm{a} \pm (\mathrm{a} - 2\mathrm{b})}{2} =$$

$$c_1 = \frac{-\mathrm{a} + \mathrm{a} - 2\mathrm{b}}{2} = \frac{-2\mathrm{b}}{2} = -\mathrm{b}$$

$$c_2 = \frac{-\mathrm{a} - \mathrm{a} + 2\mathrm{b}}{2} = \frac{-2\mathrm{a} + 2\mathrm{b}}{2} = -\mathrm{a} + \mathrm{b} = \mathrm{b} - \mathrm{a}$$

Luego polinomio

$$c^2 + \mathrm{ac} + \mathrm{ab} - b^2$$

puede descomponerse factorialmente:

$$\boldsymbol{c^2 + \mathrm{ac} + \mathrm{ab} - b^2 = (c + b)[c - (b - a)]}$$

Luego la expresión

$$\frac{\mathrm{a}(\mathrm{a} + \mathrm{c}) + \mathrm{b}(\mathrm{c} - \mathrm{b})}{\mathrm{c}(\mathrm{a} + \mathrm{c}) + \mathrm{b}(\mathrm{a} - \mathrm{b})} = \frac{a^2 + \mathrm{ac} + \mathrm{bc} - b^2}{\mathrm{ac} + c^2 + \mathrm{ab} - b^2}$$

queda:

$$\frac{(a + b)[a - (b - c)]}{(c + b)[c - (b - a)]} = \frac{(a + b)(a - b + c)}{(c + b)(c - b + a)} = \frac{(a + b)(a - b + c)}{(c + b)(a - b + c)}$$

$$\boldsymbol{\frac{(a + b)}{(c + b)}}$$