

PROBLEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Problema 4:

La ecuación $x^2+bx+5=0$, ¿puede tener a $3/4$ y a 7 por raíces?, ¿por qué?. ¿y si una raíz es $3/4$, cuál es la otra?

Solución Problema 4:

¿pueden ser $3/4$ y 7 raíces de la ecuación? y ¿por qué?

Para ello tenemos que:

Paso 1: definir la ecuación calculando el coeficiente b

Paso 2: resolver la ecuación para comprobar si $3/4$ y 7 son raíces de la ecuación o no.

Paso 1: calcular el coeficiente b

Lo calculamos mediante la relación entre las raíces y los coeficientes de una ecuación, así tenemos

Sean x_1 y x_2 las raíces de la ecuación

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$\frac{3}{4} + 7 = \frac{-b}{1}$$

despejando b , tenemos

$$-b = \frac{3}{4} + 7$$

$$b = -\frac{3}{4} - 7 = \frac{-3 - 28}{4} = -\frac{31}{4}$$

$$x^2 - \frac{31}{4}x + 5 = 0$$

quitando el denominador 4, queda

$$4x^2 - 31x + 20 = 0$$

Paso 3: resolver la ecuación

$$\begin{aligned}x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-31) \pm \sqrt{31^2 - 4 \cdot 4 \cdot 20}}{2 \cdot 4} = \\ &= \frac{31 \pm \sqrt{961 - 320}}{8} = \frac{31 \pm \sqrt{641}}{8}\end{aligned}$$

Por tanto, $\frac{3}{4}$ y 7 no pueden ser raíces de la ecuación porque $\sqrt{641}$, el radicando, no es un cuadrado perfecto.

el enunciado pregunta ¿y si una raíz es $\frac{3}{4}$, cuál es la otra?

Para calcular la otra raíz utilizaremos la relación entre las raíces y los coeficientes de una ecuación, así tenemos

Sean x_1 y x_2 las raíces de la ecuación, y x_2 la raíz que estamos buscando

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$\frac{3}{4} \cdot x_2 = \frac{5}{1}, \text{ despejando } x_2 \text{ tenemos}$$

$$x_2 = \frac{5 \cdot 4}{3} = \frac{20}{3}$$

La otra raíz es:

$$x_2 = \frac{20}{3}$$

Comprobación problema 4:

La ecuación es el producto de los dos factores que son las raíces

$$\left(x - \frac{3}{4}\right)\left(x - \frac{20}{3}\right) = 0$$

operando tenemos

$$x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{20}{3}x + \frac{60}{12} = 0$$

$$x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{20}{3}x + 5 = 0 \text{ quitando denominadores, tenemos}$$

$$12x^2 - 89x + 60 = 0$$

$$x = \frac{89 \pm \sqrt{7921 - 2880}}{24} = \frac{89 \pm \sqrt{5041}}{24} = \frac{89 \pm 71}{24}$$

$$x_1 = \frac{89 - 71}{24} = \frac{18}{24} = \frac{6.3}{6.4} = \frac{3}{4}$$

$$x_2 = \frac{89 + 71}{24} = \frac{160}{24} = \frac{4.40}{4.6} = \frac{2.20}{2.3} = \frac{20}{3}$$

Luego $\frac{3}{4}$ y $\frac{20}{3}$ son las raíces o soluciones a la ecuación