

PROBLEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Problema 3:

La suma de las raíces de la ecuación $x^2 - (a+2)x + b = 0$, vale -5, y su diferencia 7. Calcular los valores numéricos de a y de b

Solución Problema 3:

Sea x_1 la 1ª solución a la ecuación

Sea x_2 la 2ª solución a la ecuación

El enunciado nos dice que:

La suma de las raíces de la ecuación es -5, por tanto:

$$x_1 + x_2 = -5$$

Su diferencia es 7, por tanto:

$$x_1 - x_2 = 7$$

Despejando el valor de x_1 en esta última ecuación tenemos

$$x_1 = 7 + x_2$$

Sustituyendo el valor de x_1 en la 1ª ecuación tenemos:

$$7 + x_2 + x_2 = -5$$

$$7 + 2x_2 = -5$$

$$2x_2 = -5 - 7 = -12$$

luego x_2 vale

$$x_2 = \frac{-12}{2} = -6$$

Ahora calculamos el valor de x_1 , sustituyendo el valor de x_2 en la ecuación:

$$x_1 = 7 + x_2 = 7 - 6 = 1$$

Luego las soluciones son:

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = -6$$

Pero sabemos las relaciones entre las raíces y los coeficientes, de manera que en la ecuación: $x^2 - (a+2)x + b = 0$, los coeficientes son:

$$a = 1$$

$$b = -(a+2)$$

$$c = b$$

la suma de las raíces es:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

por tanto tendremos:

$$1 - 6 = -\frac{-(a+2)}{1}$$

de donde obtenemos el valor de a

$$1 - 6 = -\frac{-(a+2)}{1}$$

$$-5 = a + 2$$

$$a = -5 - 2 = -7$$

la multiplicación de las raíces es:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

por tanto tendremos

$$1(-6) = \frac{b}{1}$$

de donde obtenemos el valor de b

$$b = -6$$

luego

$$x^2 - (-5)x - 6 = 0$$

la ecuación resultante será

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

Comprobación problema 3:

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-5 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{-5 + 7}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-5 - 7}{2} = \frac{-12}{2} = -6$$

Sustituyendo los valores de las soluciones x_1 y x_2 en las ecuaciones iniciales tenemos que

$$x_1 + x_2 = -5; 1 - 6 = -5$$

$$x_1 - x_2 = 7; 1 - (-6) = 1 + 6 = 7$$