

PROBLEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Problema 15:

Resolver

$$x^{5/6} + x^{5/3} = 1056$$

Solución Problema 15:

$$x^{5/6} + x^{5/3} = 1056$$

$$\sqrt[6]{x^5} + \sqrt[3]{x^5} = 1056$$

$$\sqrt{\sqrt[3]{x^5} + \sqrt[3]{x^5}} = 1056$$

Hacemos el siguiente cambio de variable:

$$\sqrt[3]{x^5} = t$$

Luego tenemos:

$$\sqrt{t} + t = 1056$$

$$\sqrt{t}^2 = (1056 - t)^2$$

$$t = 1115136 + t^2 - 2112t$$

$$t^2 - 2113t + 1115136 = 0$$

$$t = \frac{2113 \pm \sqrt{4464769 - 4460544}}{2} = \frac{2113 \pm \sqrt{4225}}{2} = \frac{2113 \pm 65}{2}$$

$$t_1 = \frac{2113 + 65}{2} = \frac{2178}{2} = 1089$$

$$t_2 = \frac{2113 - 65}{2} = \frac{2048}{2} = 1024$$

Para

$$t_1 = 1089$$

Deshaciendo el cambio de variable:

$$\sqrt[3]{x^5} = t; x = \sqrt[5]{t^3}$$

$$x = \sqrt[5]{t^3} = \sqrt[5]{1089^3}$$

descomposición factorial en números primos de 1089: $3^2 \times 11^2$

$$x = \sqrt[5]{1089^3} = \sqrt[5]{(3^2 \times 11^2)^3} = \sqrt[5]{3^6 \times 11^6} = \sqrt[5]{33^6} = \mathbf{33 \sqrt[5]{33}}$$

Para

$$t_2 = 1024$$

Deshaciendo el cambio de variable:

$$\sqrt[3]{x^5} = t; x = \sqrt[5]{t^3}$$

$$x = \sqrt[5]{t^3} = \sqrt[5]{1024^3}$$

descomposición factorial en números primos de 1089: 2^{10}

$$x = \sqrt[5]{2^{10^3}} = \sqrt[5]{2^{30}} = 2^6 = \mathbf{64}$$