

PROBLEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Problema 12:

$$10x^2 - 11x + 3 = 0; \quad 6x^2 - 7x + a = 0$$

Hallar el valor de a, de manera que la raíz menor de la primera ecuación sea también raíz de la segunda

Solución Problema 12:

Paso 1:

Resolvemos la 1ª ecuación:

$$10x^2 - 11x + 3 = 0$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \times 10 \times 3}}{20} = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 120}}{20} = \frac{11 \pm 1}{20}$$

$$x_1 = \frac{11 + 1}{20} = \frac{12}{20} = \frac{4 \times 3}{4 \times 5} = \frac{3}{5}$$

$$x_2 = \frac{11 - 1}{20} = \frac{10}{20} = \frac{\cancel{2} \times 5}{2 \times \cancel{2} \times 5} = \frac{1}{2}$$

Paso 2:

Calculamos que fracción es la menor:

Para ello la reducimos a común denominador:

$$\text{m.c.m.: } 5 \times 2 = 10$$

$$\frac{3 \times 2}{10} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{1 \times 5}{10} = \frac{5}{10}$$

$$\text{Luego } \frac{6}{10} > \frac{5}{10}, \text{ por tanto } \frac{3}{5} > \frac{1}{2}$$

La raíz que buscamos es $\frac{1}{2}$

PROBLEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO: Problema 12

Paso 3:

Aplicamos la relación entre las raíces y los coeficientes en la ecuación $6x^2 - 7x + a = 0$:

Coeficientes de la ecuación:

$$a = 6$$

$$b = -7$$

$$c = a$$

suma de las raíces

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 + \frac{1}{2} = -\frac{(-7)}{6} = \frac{7}{6}$$

$$x_1 = \frac{7}{6} - \frac{1}{2} = \frac{7 - 3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{\cancel{2} \times 2}{\cancel{2} \times 3} = \frac{2}{3}$$

multiplicación de las raíces

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$\frac{\cancel{2}}{3} \times \frac{1}{\cancel{2}} = \frac{a}{6}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{a}{6}$$

$$3a = 6$$

$$a = \frac{6}{3} = 2$$

El valor de a es 2

Comprobación problema 12:

Sustituimos el valor de a en la ecuación y comprobamos que $\frac{1}{2}$ es raíz de la ecuación

$$6x^2 - 7x + 2 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 6 \cdot 2}}{12} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{12} = \frac{7 \pm 1}{12}$$

$$x_1 = \frac{7 + 1}{12} = \frac{8}{12} = \frac{4 \cdot 2}{4 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

$$x_2 = \frac{7 - 1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{\cancel{2} \cdot 3}{2 \cdot \cancel{2} \cdot 3} = \frac{1}{2}$$