

ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Problema 76:

Resolver el sistema de ecuaciones:

$$\sqrt[3]{a^{x-2}} \times \sqrt[4]{a^{3y}} = 1$$

$$\sqrt[5]{a^{y+3}} \times \sqrt[6]{a^{x-5}} = 1$$

Solución Problema 76:

$$\sqrt[3]{a^{x-2}} \times \sqrt[4]{a^{3y}} = 1 \text{ ecuación 1}$$

$$\sqrt[5]{a^{y+3}} \times \sqrt[6]{a^{x-5}} = 1 \text{ ecuación 2}$$

Reducimos a índice común en los respectivos índices de las raíces, en la ecuación 1, el índice común es $12 = 3 \times 2 \times 2$

en la ecuación 2, el índice común es $30 = 5 \times 2 \times 3$

luego quedan aplicando las reglas de las operaciones con radicales:

$$\sqrt[12]{a^{4(x-2)} x a^{9y}} = 1 \text{ ecuación 3}$$

$$\sqrt[30]{a^{6(y+3)} x a^{5(x-5)}} = 1 \text{ ecuación 4}$$

En la ecuación 3, elevamos ambos miembros a la potencia 12; y en la ecuación 4 elevamos ambos miembros a la potencia 30, y queda:

$$\left(\sqrt[12]{a^{4(x-2)} x a^{9y}}\right)^{12} = 1 \text{ ecuación 5}$$

$$\left(\sqrt[30]{a^{6(y+3)} x a^{5(x-5)}}\right)^{30} = 1 \text{ ecuación 6}$$

Por tanto

$$a^{4(x-2)} x a^{9y} = 1 \text{ ecuación 7}$$

$$a^{6(y+3)} x a^{5(x-5)} = 1 \text{ ecuación 8}$$

Pero sabemos que $a^0 = 1$, luego

ECUACIONES DE PRIMER GRADO: Problema 76

$$a^{4(x-2)}xa^{9y} = a^0 \text{ ecuación 9}$$

$$a^{6(y+3)}xa^{5(x-5)} = a^0 \text{ ecuación 10}$$

operando,

$$a^{4(x-2)+9y} = a^0 \text{ ecuación 11}$$

$$a^{6(y+3)+5(x-5)} = a^0 \text{ ecuación 12}$$

Luego podemos poner el sistema de ecuaciones definitivo:

$$4(x - 2) + 9y = 0 \text{ ecuación 13}$$

$$6(y + 3) + 5(x - 5) = 0 \text{ ecuación 14}$$

operando,

$$4x + 9y = 8 \text{ ecuación 15}$$

$$5x + 6y = 7 \text{ ecuación 16}$$

Multiplicando la ecuación 15 por -5; y la 16 por 4 tenemos:

$$-20x - 45y = -40 \text{ ecuación 17}$$

$$20x + 24y = 28 \text{ ecuación 18}$$

Sumando ambos términos tenemos:

$$21y = 12$$

$$y = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

Sustituyendo su valor en la ecuación 16 tenemos:

$$5x + 6y = 7 \text{ ecuación 16}$$

$$5x + 6\frac{4}{7} = 7$$

Despejando x:

$$x = \frac{7 - 6\frac{4}{7}}{5} = \frac{7 - \frac{24}{7}}{5} = \frac{\frac{49 - 24}{7}}{5} = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$$

Luego los valores de x e y son:

$$y = \frac{4}{7}$$

$$x = \frac{5}{7}$$