ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Problema 16:

Resolver el sistema de ecuaciones

$$\frac{x}{\mathrm{a}}+\frac{y}{\mathrm{b}}=2;\ \text{ecuación nº 1}$$

$$\frac{x}{\mathrm{a}}-\frac{y}{\mathrm{b}}+\mathrm{z}=\mathrm{c};\ \text{ecuación nº 2}$$

$$\mathrm{ax}+\mathrm{by}-\frac{z}{\mathrm{c}}=a^2+b^2-1;\ \text{ecuación nº 3}$$

Solución Problema 16:

Entre la ecuación nº 2 y la nº 3 eliminamos z

$$\frac{x}{\mathrm{a}}-\frac{y}{\mathrm{b}}+\mathrm{z}=\mathrm{c};\text{la dividimos por c}$$

$$\mathrm{ax}+\mathrm{by}-\frac{z}{\mathrm{c}}=a^2+b^2-1$$

Así

$$\frac{x}{\mathrm{ac}}-\frac{y}{\mathrm{bc}}+\frac{z}{\mathrm{c}}=\frac{c}{\mathrm{c}}=1$$

$$\mathrm{ax}+\mathrm{by}-\frac{z}{\mathrm{c}}=a^2+b^2-1$$

Sumamos ambas ecuaciones:

$$\frac{x}{\mathrm{ac}}+\mathrm{ax}-\frac{y}{\mathrm{bc}}+\mathrm{by}=a^2+b^2-1+1$$

Sacamos factor común respectivamente en x e y

$$\mathrm{x}(\frac{1}{\mathrm{ac}}+\mathrm{a})-\mathrm{y}(\frac{1}{\mathrm{bc}}-\mathrm{b})=a^2+b^2$$

De la ecuación 1 despejamos x:

$$\frac{x}{\mathrm{a}}+\frac{y}{\mathrm{b}}=2;\ \mathrm{bx}+\mathrm{ay}=\ 2\mathrm{ab}\ ;\mathrm{x}=\ \frac{2ab-ay}{\mathrm{b}}$$

Operamos en las ecuaciones resultantes, sustituyendo x por su valor

$$\mathrm{x}=\ \frac{2ab-ay}{\mathrm{b}}$$

$$\mathrm{x}(\frac{1}{\mathrm{ac}}+\mathrm{a})-\mathrm{y}(\frac{1}{\mathrm{bc}}-\mathrm{b})=a^2+b^2$$

Así

$$\frac{2ab-ay}{\mathrm{b}}\ (\frac{1}{\mathrm{ac}}+\mathrm{a})-\mathrm{y}(\frac{1}{\mathrm{bc}}-\mathrm{b})=a^2+b^2$$

$$\frac{2ab-ay}{\mathrm{abc}}+\frac{2a^2b-a^2y}{\mathrm{b}}-\frac{y}{\mathrm{bc}}+\mathrm{by}=a^2+b^2$$

$$\frac{2\cancel{ab}}{\cancel{\mathrm{ab}}\mathrm{c}}-\ \frac{\cancel{a}y}{\cancel{\mathrm{a}}\mathrm{bc}}+\frac{2a^2\cancel{b}}{\cancel{\mathrm{b}}}-\frac{a^2y}{\mathrm{b}}-\frac{y}{\mathrm{bc}}+\mathrm{by}=a^2+b^2$$

$$\frac{2}{\mathrm{c}}-\ \frac{y}{\mathrm{bc}}+2a^2-\frac{a^2y}{\mathrm{b}}-\frac{y}{\mathrm{bc}}+\mathrm{by}=a^2+b^2$$

$$-\ \frac{2y}{\mathrm{bc}}-\frac{a^2y}{\mathrm{b}}+\mathrm{by}=a^2+b^2-\frac{2}{\mathrm{c}}-2a^2=\ -a^2+b^2-\frac{2}{\mathrm{c}}$$

$$-\frac{2y}{\mathrm{bc}} - \frac{a^2y}{\mathrm{b}} + \mathrm{by} = -a^2 + b^2 - \frac{2}{\mathrm{c}}$$

Quitamos denominadores

$$-2\mathrm{y} - a^2cy + b^2\mathrm{cy} = \left(-a^2 + b^2 - \frac{2}{\mathrm{c}}\right)\mathrm{bc}$$

$$\mathrm{y}(b^2\mathrm{c} - 2 - a^2\mathrm{c}) = \left(\frac{-a^2c + b^2c - 2}{\cancel{\mathrm{c}}}\right)\mathrm{b}\cancel{\mathrm{c}}$$

$$\mathrm{y}(b^2\mathrm{c} - 2 - a^2\mathrm{c}) = -a^2bc + b^3c - 2b$$

$$\mathbf{y} = \frac{-a^2bc + b^3c - 2b}{b^2\mathrm{c} - 2 - a^2\mathrm{c}} = \mathbf{b}$$

Aclaración, división del quebrado anterior

$$\frac{-a^2bc + b^3c - 2b = \textit{dividendo}}{a^2bc - b^3c + 2b = \textit{cálculo}: \textit{resto cero}} : \frac{b^2\mathrm{c} - 2 - a^2\mathrm{c} = \text{divisor}}{b = \textit{cociente o resultado}}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{b}$$

Sustituimos su valor en :

$$\frac{x}{\mathrm{a}} + \frac{y}{\mathrm{b}} = 2;\ \text{ecuación nº 1}$$

$$\frac{x}{\mathrm{a}} + \frac{b}{\mathrm{b}} = 2;$$

$$\frac{x}{\mathrm{a}} + 1 = 2;$$

$$\frac{x}{\mathrm{a}} = 2 - 1 = 1;$$

$$\frac{x}{\mathrm{a}} = 1; \ \ \mathbf{x} = \mathbf{a}$$

Sustituimos los valores de x e y en

$$\frac{x}{\mathrm{a}} - \frac{y}{\mathrm{b}} + \mathrm{z} = \mathrm{c}$$

$$\frac{a}{\mathrm{a}} - \frac{b}{\mathrm{b}} + \mathrm{z} = \mathrm{c}$$

$$1 - 1 + \mathrm{z} = \mathrm{c}$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{c}$$

Los valores pedidos son:

x=a

y=b

z=c