

ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Problema 13:

La suma de las tres cifras que componen un número, es 24. La cifra de las decenas es media aritmética entre las otras dos; y si al número invertido se suma 591, se obtiene el duplo del número. ¿Cuál es éste?

Solución Problema 13:

Sea xyz el número de tres cifras que nos piden

Sea zyx el número invertido

El enunciado dice:

La suma de las tres cifras que componen un número, es 24; luego:

$$x + y + z = 24 \text{ ecuación 1}$$

La cifra de las decenas es media aritmética entre las otras dos; luego:

$$y = \frac{x + z}{2} \text{ ecuación 2}$$

si al número invertido se suma 591, se obtiene el duplo del número; luego:

$$100z + 10y + x + 591 = 2(100x + 10y + z) \text{ ecuación 3}$$

Por tanto ya tenemos las tres ecuaciones y podemos resolver el problema:

$$x + y + z = \mathbf{24}$$

$$y = \frac{x + z}{\mathbf{2}}$$

$$100z + 10y + x + 591 = 2(100x + 10y + z)$$

Operamos sobre la ecuación 3:

$$100z + 10y + x + 591 = 200x + 20y + 2z$$

$$100z - 2z + 10y - 20y + x - 200x = -591$$

$$\mathbf{98z - 10y - 199x = -591}$$

Las tres ecuaciones quedan:

$$x + y + z = 24 \text{ ecuación 1}$$

$$y = \frac{x + z}{2} \text{ ecuación 2}$$

$$98z - 10y - 199x = -591 \text{ ecuación 3}$$

Sustituyo el valor de y de la ecuación 2 en la ecuación 3:

Obtengo:

$$98z - 10\left(\frac{x + z}{2}\right) - 199x = -591$$

$$98z - 5x - 5z - 199x = -591$$

$$\mathbf{93z - 204x = -591} \text{ ecuación 4}$$

Utilizando:

$$x + y + z = 24 \text{ ecuación 1}$$

$$y = \frac{x + z}{2} \text{ ecuación 2}$$

tenemos

$$x + \frac{x + z}{2} + z = 24$$

$$2x + x + z + 2z = 48$$

$$3x + 3z = 48$$

$$x + z = \mathbf{16} \text{ ecuación 5}$$

Utilizando las ecuaciones 4 y 5 tenemos

$$93z - 204x = -591 \text{ ecuación 4}$$

$$x + z = 16 \text{ ecuación 5}$$

Despejo x de la ecuación 5

$$x = 16 - z$$

Sustituyo su valor en la ecuación 4

$$93z - 204x = -591$$

$$93z - 204(16 - z) = -591$$

$$93z - 3264 + 204z = -591$$

$$297z = -591 + 3264 = 2673$$

$$z = \frac{2673}{297} = 9$$

Sustituyo en la ecuación que aparece para obtener el valor de x

$$x = 16 - z = 16 - 9 = 7$$

Sustituyo en la ecuación que aparece para obtener el valor de y

$$y = \frac{x + z}{2} = \frac{7 + 9}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

Luego el número pedido es: **789**